

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ МІСЬКОГО**  
**ГОСПОДАРСТВА імені О. М. БЕКЕТОВА**

**ФІЗИКА**  
**КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ**

(для студентів 1 курсу денної і заочної форм навчання  
бакалаврів за напрямом підготовки  
6.080101 – Геодезія, картографія та землеустрій)

**Безуглий А. В.** Фізика : конспект лекцій для студентів І курсу денної і заочної форм навчання бакалаврів за напрямом підготовки 6.080101 – Геодезія, картографія та землеустрій. / А. В. Безуглий, О. М. Петченко, А. С. Сисоєв; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2016. – 112 с.

Автори: А. В. Безуглий, О. М. Петченко, А. С. Сисоєв

Рецензент: доцент, канд. фіз.-мат. наук, Є. І. Назаренко

Рекомендовано кафедрою фізики,  
протокол № 6 від 6 лютого 2014 р

## **Передмова**

Стрімкий розвиток науки, накопичення знань в різних її галузях приводить до введення все нових і нових дисциплін і скорочення часу на вивчення курсу фізики. Це потребує нових підходів до викладання фізики і нових навчальних посібників. Підручники з фізики, як правило, багатотомові й розраховані на трисеместрове викладання. При самостійній роботі це викликає значні труднощі для студентів. Тому виникає потреба мати конспект лекцій, який відповідає обсягу викладання курсу фізики в ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, для первинного ознайомлення з предметом, а підручники використовувати для більш поглибленого вивчення фізики.

Даний курс лекцій охоплює в скороченому вигляді практично весь матеріал програми. При цьому максимально скорочено математичний апарат, приділено увагу фізичному змісту понять, явищ і законів. Все це сприяє при обмеженому обсягу часу на вивчення дисципліни якісно оволодіти основними поняттями, явищами й законами фізики.

# ЧАСТИНА 1

## ФІЗИЧНІ ОСНОВИ МЕХАНІКИ, МОЛЕКУЛЯРНОЇ ФІЗИКИ ТА ЕЛЕКТРОСТАТИКИ

### 1 МЕХАНІКА МАТЕРІАЛЬНОЇ ТОЧКИ І АБСОЛЮТНО ТВЕРДОГО ТІЛА

#### 1.1 Механічний рух

Механіка – це розділ фізики, що вивчає найпростіші форми руху матерії, які полягають у переміщенні в просторі одних тіл відносно інших. Щоб кількісно описати рух тіла, треба ввести *систему відліку* - вибрати *тіло відліку* і зв'язати з ним *систему координат* та прилад для відліку часу.

У кінематиці створюють наближені моделі, нехтуючи деякими несуттєвими факторами. Наприклад, при вивченні найпростішого – *поступального руху* вводиться поняття *матеріальної точки*. Матеріальна точка – це тіло, розмірами якого можна знехтувати в умовах даної задачі. *Поступальним називають рух тіла всі точки якого рухаються так, що пряма, яка з'єднує дві будь-які точки тіла, залишається паралельною сама собі*. Тоді, щоб описати рух тіла, достатньо описати рух однієї будь-якої точки тіла.

Механіка поділяється на три розділи – *кінематику, динаміку і статіку*.

#### 1.2 Кінематика матеріальної точки

Кінематика вивчає рух без урахування сил, що діють на тіло.

**Радіус-вектор.** Положення матеріальної точки у просторі можна задати за допомогою радіуса-вектора  $\vec{r}$ , проведеного з початку координат у дану точку (див. рис.1), напрям якого визначає трійка ортів (одичних векторів)  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  :

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} .$$

При цьому

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} , \quad (1.1)$$

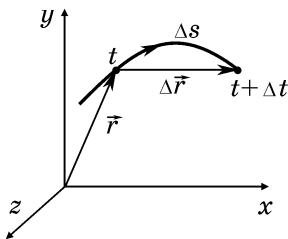


Рисунок 1.1

$r_x = x$ ;  $r_y = y$ ;  $r_z = z$ . Вектор  $\Delta \vec{r}$  – вектор малого переміщення за малий проміжок часу  $\Delta t$ ,  $\Delta S$  – шлях за проміжок  $\Delta t$ . Вектор переміщення  $\Delta \vec{r}$  направлений з початкової точки в момент часу  $t$  в кінцеву в момент часу  $t + \Delta t$ , а шлях  $\Delta S$  – це довжина траєкторії.

**Швидкість.** При рівномірному русі тіло проходить за рівні проміжки часу  $\Delta t$  рівні шляхи  $\Delta S$ , тобто  $V = \text{const}$  і визначається за формулою

$$V = \frac{S}{t}. \quad (1.2)$$

При нерівномірному русі середньою швидкістю на шляху  $\Delta S$  називають скаляр  $\bar{V}$ :

$$\bar{V} = \frac{\Delta S}{\Delta t}. \quad (1.3)$$

Модуль миттєвої швидкості дорівнює першій похідній від шляху за часом

$$V = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta r|}{\Delta t} = \frac{dS}{dt}. \quad (1.4)$$

Вектор миттєвої швидкості дорівнює першій похідній від радіуса-вектора за часом і направлений по дотичній до траєкторії.

Проекції швидкості на координатні осі визначають за формулами

$$V_x = \frac{dx}{dt}, V_y = \frac{dy}{dt}, V_z = \frac{dz}{dt}.$$

**Обчислення пройденого шляху.** Щоб визначити пройдений шлях при нерівномірному русі, потрібно розбити весь шлях на ділянки  $\Delta S_i$ , настільки малі, що швидкості  $V_i$  на кожному елементарному шляху можна вважати незмінними. Тоді, скориставшись формулою (1.4), отримаємо

$$S = \sum_i \Delta S_i \approx \sum_i V_i \Delta t_i. \quad (1.5)$$

Формула (1.5) тим точніша, чим менші проміжки часу  $\Delta t_i$ . Строгий знак рівності у (1.5) можна поставити тільки при  $\Delta t_i \rightarrow 0$ :

$$S = \lim_{\Delta t_i \rightarrow 0} \sum_i V_i \Delta t_i = \int V dt. \quad (1.6)$$

**Прискорення.** Якщо за час  $\Delta t$  прирощення швидкості дорівнює  $\Delta \vec{V}$ , то середнє прискорення визначається формулою

$$a_{\text{сеп}} = \frac{\Delta V}{\Delta t}. \quad (1.7)$$

Миттєве прискорення – це перша похідна за часом від швидкості

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \frac{d\vec{V}}{dt}. \quad (1.8)$$

Прискорення характеризує зміну вектора швидкості  $\vec{V}$  в одиницю часу. В загальному випадку, при криволінійному русі вектор прискорення  $\vec{a}$  розкладають на дві складові – тангенціальну складову  $\vec{a}_\tau$ , яка направлена вздовж дотичної, і нормальну складову  $\vec{a}_n$ , яка направлена вздовж перпендикуляра до дотичної (див. рис. 1.2):

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n, \quad (1.9)$$

де

$$a_\tau = \frac{dV}{dt}; \quad (1.10)$$

$$a_n = \frac{V^2}{R}; \quad (1.11)$$

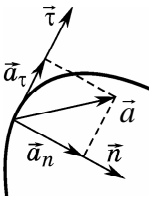


Рисунок 1.2

$R$  – радіус кривини траєкторії у даній точці. Тангенціальна складова (тангенціальне прискорення)  $\vec{a}_\tau$  визначає зміну швидкості в одиницю часу за величиною, а нормальна складова  $\vec{a}_n$  (нормальне прискорення) – за напрямком. Тоді повне прискорення  $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$ .

**Обчислення швидкості.** Для рівнозмінного ( $\vec{a} = \text{const}$ ) руху за рівні проміжки часу  $\Delta t$  швидкість змінюється на однакову величину  $\Delta V$ . Тому для цього руху прискорення

$$\vec{a} = \frac{\vec{V} - \vec{V}_0}{t}, \quad (1.12)$$

де  $\vec{V}_0$  – початкова швидкість, тобто швидкість при  $t = 0$ .

Для того, щоб визначити у загальному випадку зміну швидкості  $\vec{V} - \vec{V}_0$  за час  $t$ , розіб'ємо весь час руху на проміжки настільки малі, що прискорення  $\vec{a}_i$  на кожній ділянці можна вважати незмінним і для кожного проміжку скористатися формулою (1.12). Тоді

$$\vec{V} - \vec{V}_0 = \sum_i \Delta \vec{V}_i \approx \sum_i \vec{a}_i \Delta t_i. \quad (1.13)$$

Формула (1.13) тим точніша, чим менший проміжок  $\Delta t_i$ . Строгий знак рівності можна поставити тільки при  $\Delta t_i \rightarrow 0$ :

$$\vec{V} - \vec{V}_0 = \lim_{\Delta t_i \rightarrow 0} \sum_i \vec{a}_i \Delta t_i. \quad (1.14)$$

Звідси

$$\vec{V} = \vec{V}_0 + \int_0^t \vec{a}(t) dt. \quad (1.15)$$

При  $\vec{a} = \text{const}$  формула (1.15) переходить у відому формулу для рівнозмінного руху

$$\vec{V} = \vec{V}_0 + \vec{a}t, \quad (1.16)$$

або в скалярному вигляді, маємо

$$V = V_0 \pm a t, \quad (1.17)$$

де знак плюс відповідає рівноприскореному рухові, а знак мінус – рівносповільненому.

Підставляючи (1.17) в (1.6), отримаємо відому формулу для визначення шляху при рівнозмінному русі:

$$S = V_0 t \pm \frac{at^2}{2}. \quad (1.18)$$

### 1.3 Динаміка матеріальної точки

Динаміка - це розділ механіки, який вивчає зміни руху тіл внаслідок сил, що діють на тіло. Первинними поняттями динаміки є *маса* і *сила*. Маса є мірою інертності тіла. Причиною зміни руху є сила. Сила визначає величину й напрямок дії одного тіла на інше і, таким

чином, є мірою взаємодії між тілами. Сила характеризується модулем, напрямком і точкою прикладення.

**Імпульс** матеріальної точки – це добуток її маси на швидкість:

$$\vec{p} = m\vec{V}. \quad (1.19)$$

Імпульс системи матеріальних точок дорівнює векторній сумі імпульсів всіх точок, що входять до системи:

$$\vec{P}_{\text{сист}} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_N = \sum_{i=1}^N \vec{p}_i. \quad (1.20)$$

**1-й закон Ньютона (закон інерції).** Тіло зберігає стан спокою або рівномірного прямолінійного руху доти, доки зовнішні дії (сили) не виведуть його з такого стану.

Системи відліку, в яких виконується цей закон, мають назву інерціальних. Інерціальних систем існує нескінченна кількість. Будь-яка система, що рухається рівномірно і прямолінійно відносно інерціальної, також є інерціальною.

**2-й закон Ньютона** (основний закон динаміки).

Сила, яка діє на тіло, дорівнює швидкості зміни імпульсу:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}, \quad (1.21)$$

де  $F$  –результуюча всіх сил прикладених до тіла. Для тіла із сталою масою з урахуванням, що рівнодіюча дорівнює векторній сумі всіх сил, які діють на тіло рівняння (1.21) запишемо у вигляді

$$\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}_i}{m}. \quad (1.22)$$

Прискорення тіла прямо пропорційне результуючій всіх сил, що діють на тіло і обернено пропорційне його масі.

**3-й закон Ньютона.** Сили, з якими взаємодіють тіла, рівні за величиною і протилежні за напрямком:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

(перший індекс показує, до якого тіла прикладено силу, другий – з боку якого тіла діє сила).

**Рівняння центра мас.** Центр мас - це така точка у просторі, радіус-вектор  $\vec{r}_c$  якої визначається формулою

$$\vec{r}_c = \frac{\sum m_i \cdot \vec{r}_i}{\sum m_i}, \quad (1.23)$$



де  $m_i$  – маси матеріальних точок,  $\vec{r}_i$  – радіуси-вектори, що проведені з початку координат у кожну  $i$ -ту матеріальну точку (див. рис. 1.3). Тоді, згідно з (1.20) імпульс системи матеріальних точок

$$\vec{P}_{сист} = m\vec{V}_c, \quad (1.24)$$

де  $m$  – маса всієї системи;  $\vec{V}_c$  – швидкість її *центра мас* або *центра інерції*. Таким чином, із (1.20), враховуючи (1.24) отримаємо рівняння руху центра інерції

$$\vec{F} = m\vec{a}_c, \quad (1.25)$$

вид якого залишається таким, як і для матеріальної точки (1.22).

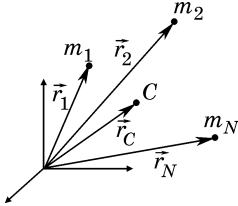


Рисунок 1.3

**Закон збереження імпульсу системи.** Повний імпульс замкненої системи матеріальних точок (тобто такої, на яку не діють зовнішні сили) з часом залишається незмінним:

$$\vec{p} = m\vec{V} = \text{const.} \quad (1.26)$$

## 1.4 Робота і енергія

**Теорема про кінетичну енергію. Робота.** Перепишемо рівняння руху частинки (1.21) у вигляді

$$m \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{F}.$$

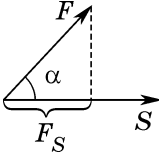
Помножимо його на елементарне переміщення  $d\vec{S} = \vec{V}dt$ , отримаємо:  $m\vec{V}dV = \vec{F}d\vec{S}$ . (1.27)

Інтегруючи обидві частини рівняння (1.27), отримаємо результат

$$\frac{mV_2^2}{2} - \frac{mV_1^2}{2} = \int_1^2 \vec{F}d\vec{S}. \quad (1.28)$$

Скалярний добуток у правій частині (1.28) вектора сили  $\vec{F}$  на елементарне переміщення  $d\vec{S}$  - це елементарна робота  $dA$ .

$$dA = \vec{F} d\vec{S} = F dS \cos \alpha = F_s dS, \quad (1.29)$$



де  $F_s = F \cos \alpha$  – проекція сили на напрямок переміщення (тобто на напрямок вектора миттєвої швидкості);

$\alpha$  - кут між векторами сили і переміщення.

Рисунок 1.4 Робота на кінцевому відрізку шляху визначається

через інтеграл

$$A = \int_1^2 \vec{F} d\vec{S} = \int_1^2 F_s dS. \quad (1.30)$$

Якщо сила  $F_s$  є незмінною величиною на всьому шляху, тоді

$$A = \vec{F} \vec{S} = F_s S. \quad (1.31)$$

Ліва частина рівняння (1.28) являє собою різницю значень кінетичних енергій відповідно в точках 1 і 2, а саме рівняння є математичним формулюванням *теорема про кінетичну енергію: робота результуючої всіх сил, що діють на частинку йде на прирощення її кінетичної*

енергії

$$A_{12} = E_{k_2} - E_{k_1}, \text{ де } E_k = \frac{mV^2}{2}.$$

**Потужність.** Це фізична величина, що характеризує роботу за одиницю часу. Якщо за елементарний проміжок часу  $\Delta t$  виконується робота  $\Delta A$ , то середня потужність

$$N_{\text{сеп}} = \frac{\Delta A}{\Delta t}. \quad (1.32)$$

Миттєва потужність

$$N = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{dA}{dt},$$

Оскільки  $dA = \vec{F} d\vec{S}$ , то для миттєвої потужності отримаємо формулу

$$N = \vec{F} \vec{V},$$

де в правій частині стоїть скалярний добуток вектора сили і вектора швидкості.

**Потенціальне поле сил. Потенціальна енергія.** Знайдемо потенціальну енергію частинки, яка перебуває у полі *центральных сил*. *Центральні сили залежать лише від відстані між взаємодіючими частинками  $r$  і направлені вздовж прямої, яка з'єднує ці частинки.* Прикладом таких сил є гравітаційна сила, створена гравітаційним полем. Гравітаційна сила взаємодії двох мас  $m_1$  і  $m_2$  визначається формулою

$$\vec{F}_{12} = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}. \quad (1.33)$$

де  $G$  – гравітаційна стала.

Розрахуємо роботу гравітаційної сили при переміщенні частинки масою  $m_1$  між будь-якими двома точками 1 та 2 в гравітаційному полі маси  $m_2$ :

$$A_{12} = \int_1^2 \vec{F} d\vec{r} = -G m_1 m_2 \int_1^2 \frac{\vec{r}}{r^3} d\vec{r} = -G m_1 m_2 \int_1^2 \frac{dr}{r^2} = -G \left( \frac{m_1 m_2}{r_1} \right) + G \left( \frac{m_1 m_2}{r_2} \right)$$

Тут враховано, що  $\vec{r} d\vec{r} = r dr$ . З отриманої формули випливає, що *робота з переміщення частинки  $m_1$  в гравітаційному полі, створеному частинкою  $m_2$ , не залежить від форми шляху, а залежить лише від початкового та кінцевого положення маси  $m_1$  відносно маси  $m_2$ .* Величина, яка визначається формулою

$$E_p(r) = -G \frac{m_1 m_2}{r} \quad (1.34)$$

називається *потенціальною енергією*. Якщо на тіло в кожній точці простору діє сила, яка неперервно змінюється від точки до точки, то говорять що тіло знаходиться у полі сил.

Поле сил, робота яких не залежить від форми шляху, а визначається тільки початковим і кінцевим положенням тіла, має назву *потенціального*, а сили, що діють у цьому полі, – *консервативними*. Основна властивість потенціального поля сил – *робота консервативних сил вздовж замкнутого шляху дорівнює нулю*.

Робота консервативних сил над системою дорівнює зміні потенціальної енергії системи

$$A_{12}^{\text{к.с}} = E_{p_1} - E_{p_2}.$$

*Кінетична енергія – це характеристика одного тіла, а потенціальна енергія – характеристика всієї системи взаємодіючих між собою тіл.*

**Повна механічна енергія системи** – це сума кінетичних енергій всіх тіл системи та її потенціальної енергії як цілого:

$$E = \sum_{i=1}^N E_{k_i} + E_p .$$

**Закон збереження повної механічної енергії.** Приріст повної енергії системи дорівнює роботі неконсервативних сил:

$$\Delta E = E_2 - E_1 = A_{12\text{некон.}}$$

Якщо система тіл знаходиться у полі тільки консервативних сил,  $A_{12\text{некон.}} = 0$ , то  $\Delta E = 0$ . Таким чином, у системі тіл, на які діють тільки консервативні сили, повна механічна енергія залишається незмінною.

**Зв'язок між потенціальною енергією і силою** визначається за формулою

$$\vec{F} = -\nabla E_p, \quad (1.35)$$

де  $\nabla = -\left( \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k} \right)$  – оператор градієнта, вира-

зи  $\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}$  означають, що від функції, яка залежить від кількох змінних (x,y,z), беруть частинні похідні, наприклад, коли обчислюється похідна  $\frac{\partial}{\partial x}$ , то при цьому покладають  $y=\text{const}, z=\text{const}$ . Сила в потенціальному полі сил завжди направлена в бік найшвидшого зменшення потенціальної енергії.

### 1.5 Кінематика обертального руху

Обертальним називається рух, у процесі якого всі точки твердого тіла рухаються вздовж кіл, центри яких лежать на одній прямій, яка називається віссю обертання. При вивченні обертального руху робиться припущення, що в процесі руху тверде тіло не деформується. Таке тіло має назву *абсолютно твердого тіла*.

**Кутова швидкість.** Поворот тіла можна представити напрямленим відрізком уздовж осі обертання – вектором повороту  $\Delta\vec{\varphi}$ . Довжина цього вектора дорівнює куту повороту, а напрямок визначається за правилом правого гвинта (рис. 1.5). Тільки дуже малі повороти задовольняють правилу векторного додавання і, отже, є векторами.

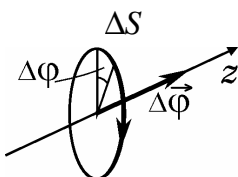


Рисунок 1.5

Модуль вектора кутової швидкості

Якщо за час  $\Delta t$  виконується поворот  $\Delta\vec{\varphi}$ , то *миттєва кутова швидкість*

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{\varphi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}.$$

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} (\text{рад/с}). \quad (1.36)$$

При  $\vec{\omega} = \text{const}$  відбувається рівномірний обертальний рух, для якого вводяться такі величини:  $T$  – *період обертання* (час одного оберту) та  $\nu = 1/T$  – *частота обертання*. Тоді кутова швидкість

$$\omega = 2\pi\nu = 2\pi/T. \quad (1.37)$$

**Кутове прискорення.** Якщо за час  $\Delta t$  приріст кутової швидкості  $\Delta\vec{\omega}$ , то *миттєве кутове прискорення*

$$\vec{\alpha} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} (\text{рад/с}^2). \quad (1.38)$$

Вектор кутового прискорення  $\vec{\alpha}$  характеризує зміну кутової швидкості в одиницю часу. Вектор  $\vec{\omega}$  може змінюватися як за рахунок зміни швидкості обертання, так і за рахунок повороту осі обертання у просторі. Якщо напрямок осі обертання у просторі залишається незмінним, то модуль кутового прискорення

$$\alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}. \quad (1.39)$$

У формулі (1.39)  $\alpha$  – проекція вектора  $\vec{\alpha}$  на вектор  $\vec{\omega}$ , тобто алгебраїчна величина (може мати різні знаки).

При  $\alpha > 0$  вектори  $\vec{\omega}$  і  $\vec{\alpha}$  мають однаковий напрямок – обертання є прискореним, при  $\alpha < 0$  вектори  $\vec{\omega}$  і  $\vec{\alpha}$  протилежно направлені – обертання сповільнене.

**Зв'язок між лінійними і кутовими швидкостями і прискореннями.** Куту повороту  $\Delta\varphi$  відповідає довжина дуги  $\Delta S = R\Delta\varphi$ . Обчислюючи першу похідну від шляху в часі, отримаємо

$$\frac{dS}{dt} = R \frac{d\varphi}{dt},$$

або 
$$V = \omega R, \quad (1.40)$$

де  $R$  – радіус кола, вздовж якого рухається матеріальна точка.

Диференціюючи рівняння (1.40), отримаємо  $\frac{dV}{dt} = R \frac{d\omega}{dt}$  або  $a_\tau = \alpha R$ .

## 1.6 Динаміка обертального руху твердого тіла

**Момент сили відносно точки.** Моментом сили  $\vec{M}$  відносно точки (центра обертання) є векторний добуток радіуса-вектора  $\vec{r}$ , проведеного з центра обертання в точку прикладання сили  $\vec{F}$  і самої сили  $\vec{F}$  (див. рис. 1.6):

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}. \quad (1.41)$$

Модуль моменту сили

$$M = Fl,$$

де  $l = r \sin \alpha$  – плече сили.

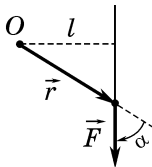


Рисунок 1.6

**Момент сили відносно осі.** Момент сили  $M_z$  відносно осі  $z$  – це скалярна величина, яка дорівнює проекції на дану вісь вектора моменту сили відносно будь-якої точки цієї ж осі:

$$M_z = (\vec{r} \times \vec{F})_z, \quad (1.42)$$

де  $\vec{r}$  – радіус-вектор який з'єднує точку на осі  $z$  з точкою прикладання сили  $\vec{F}$ .

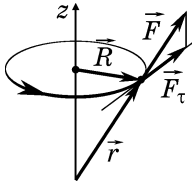


Рисунок 1.7

Можна переписати формулу (1.42) у вигляді

$$M_z = |\vec{R} \times \vec{F}_\tau| = R F_\tau, \quad (1.43)$$

де  $\vec{F}_\tau$  – тангенціальна складова сили  $\vec{F}$ , тобто складова вздовж дотичної,  $\vec{R}$  – радіус-вектор у площині обертання (див. рис. 1.7).

**Момент інерції тіла.** Моментом інерції матеріальної точки називається добуток її маси  $m$  на квадрат відстані  $r$  від осі обертання:

$$I = mR^2. \quad (1.44)$$

Щоб визначити момент інерції твердого тіла, його потрібно уявно розбити на елементарні маси  $\Delta m_i$ , кожна з яких настільки мала, що її можна вважати матеріальною точкою, за формулою (1.44) визначити момент інерції кожної елементарної маси, а потім підсумувати всі елементарні моменти інерції. В результаті отримаємо

$$I \cong \sum_i \Delta m_i r_i^2. \quad (1.45)$$

Формула (1.45) тим точніша, чим менша маса  $\Delta m_i$ . Строгий знак рівності можна поставити тільки при  $\Delta m_i \rightarrow 0$ , тобто

$$I = \lim_{\Delta m_i \rightarrow 0} \sum_i \Delta m_i r_i^2 = \int_M r^2 dm. \quad (1.46)$$

Інтегрування у формулі (1.46) проводимо по повній масі тіла  $M$ . Вводячи локальну густину

$$\rho = \lim_{\Delta m \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{dm}{dV}, \quad (1.47)$$

отримаємо  $dm = \rho dV$ , де  $dV$  – елементарний об'єм.

Тоді формулу (1.46) перепишемо у вигляді

$$I = \int_V \rho r^2 dV, \quad (1.48)$$

де інтегрування проводиться за об'ємом тіла. Якщо тіло однорідне, тобто  $\rho = \text{const}$ , тоді

$$I = \rho \int_V r^2 dV. \quad (1.49)$$

Момент інерції тіла є мірою інерції тіла при обертальному русі, тоді як маса тіла – міра його інертності при поступальному русі.

За формулою (1.49) можна точно обчислити момент інерції тіла правильної геометричної форми. Наприклад, для однорідного циліндра маси  $m$  і радіуса  $R$  при обертанні навколо осі циліндра

$$I = \frac{1}{2} m R^2 . \quad (1.50)$$

**Теорема Штейнера.** Момент інерції тіла маси  $m$  відносно будь-якої осі дорівнює:

$$I = I_C + m a^2 , \quad (1.51)$$

де  $I_C$  – момент інерції тіла відносно осі, яка проходить через центр інерції тіла і паралельна даній,  $a$  – відстань між осями.

**Основне рівняння динаміки обертального руху** (другий закон Ньютона для обертального руху) має вигляд

$$\vec{M} = I \vec{\alpha} , \quad (1.52)$$

де  $I$  – момент інерції тіла,  $\vec{\alpha}$  – кутове прискорення.

Таким чином, *результуючий момент сил, які діють на тіло, дорівнює добутку моменту інерції тіла на його кутове прискорення.*

**Момент імпульсу матеріальної точки.** Відносно центра обертання  $O$  момент імпульсу (див. рис. 1.8)

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} , \quad (1.53)$$

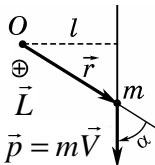
де  $\vec{p} = m \vec{V}$  – імпульс матеріальної точки,  $\vec{r}$  – радіус-вектор, проведений з центра обертання  $O$  в матеріальну точку.

Модуль моменту імпульсу відносно точки  $O$

$$L = pl , \quad (1.54)$$

де  $l = r \sin \alpha$  – плече імпульсу. Відносно осі обертання  $z$  момент імпульсу

$$L_z = (\vec{r} \times \vec{p})_z , \quad (1.55)$$



де  $\vec{r}$  – радіус-вектор, проведений з будь-якої точки на осі в матеріальну точку, індекс  $z$  у векторного добутку вказує на те, що потрібно взяти проекцію на вісь  $z$ .

Рисунок 1.8

Момент імпульсу системи матеріальних точок



$$\vec{L}_{\text{сис}} = \vec{L}_1 + \vec{L}_2 + \dots + \vec{L}_N = \sum_{i=1}^N \vec{L}_i. \quad (1.56)$$

**Закон збереження моменту імпульсу.** Для окремої матеріальної точки

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}, \quad (1.57)$$

де  $\vec{M}$  – результуючий момент сил, які діють на матеріальну точку.

Для системи матеріальних точок

$$\frac{d\vec{L}_{\text{сис}}}{dt} = \vec{M}_{\text{сис}}, \quad (1.58)$$

де  $\vec{M}_{\text{сис}}$  – результуючий момент зовнішніх сил, які діють на систему матеріальних точок.

Якщо система замкнена ( $\vec{M}_{\text{сис}} = 0$ ), то

$$\frac{d\vec{L}_{\text{сис}}}{dt} = 0 \quad \text{і} \quad \vec{L}_{\text{сис}} = \text{const}.$$

У замкненій системі тіл повний момент імпульсу системи є незмінною величиною.

**Момент імпульсу твердого тіла.** При обертанні твердого тіла навколо осі симетрії його момент імпульсу прямо пропорційний кутовій швидкості:

$$\vec{L} = I\vec{\omega}, \quad (1.58)$$

де  $I$  – момент інерції тіла, відносно тієї ж осі;  $\vec{\omega}$  – кутова швидкість. Продиференціюємо формулу (1.58) за часом і врахуємо (1.57). В результаті отримаємо:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt}(I\vec{\omega}) = \vec{M}, \quad (1.59)$$

і якщо  $\vec{M} = 0$ , то  $I\vec{\omega} = \text{const}$ . Таким чином, якщо результуючий момент зовнішніх сил, що діють на тіло,  $\vec{M} = \vec{0}$ , то добуток  $I\vec{\omega}$  залишається незмінним і зміна моменту інерції викликає відповідну зміну кутової швидкості.

## 1.7. Енергія і робота при обертальному русі

**Кінетична енергія.** При обертанні навколо нерухомої осі кінетична енергія визначається формулою

$$E_k = \frac{I\omega^2}{2}, \quad (1.60)$$

де  $I$  – момент інерції тіла навколо цієї осі,  $\omega$  – кутова швидкість.

У загальному випадку рух тіла – це накладання двох рухів – поступального з швидкістю центра інерції  $\vec{V}_c$  і обертального - з кутовою швидкістю  $\omega$  навколо осі, яка проходить через центр інерції тіла.

У цьому випадку формула для кінетичної енергії отримує найбільш простий вигляд:

$$E_k = \frac{mV_c^2}{2} + \frac{I_c\omega^2}{2}, \quad (1.61)$$

де  $I_c$  – момент інерції відносно осі обертання, що проходить через центр інерції тіла.

Таким чином, у загальному випадку руху тіла його кінетична енергія складається з кінетичної енергії поступального руху і кінетичної енергії обертального руху навколо осі, яка проходить через центр інерції тіла.

**Робота при обертанні твердого тіла.** Якщо результуючий момент сил  $\vec{M}$ , які діють на тіло, не змінюється ( $\vec{M} = const$ ), то робота при обертанні

$$A = M\varphi, \quad (1.62)$$

де  $\varphi$  – кут повороту. Якщо результуючий момент  $\vec{M}$ , є змінною величиною, то весь кут повороту потрібно розбити на повороти  $\Delta\varphi$ , такі малі, що моменти сил  $M_i$  на цих ділянках можна вважати незмінними величинами. Тоді для кожної  $i$ -ї ділянки можна застосувати формулу (1.62), а повна робота буде дорівнювати:

$$A = \sum_i \Delta A_i \approx \sum_i M_i \Delta\varphi_i. \quad (1.63)$$

Формула (1.63) тим точніше визначає роботу, чим менші  $\Delta\varphi_i$ . Строгий знак рівності можна поставити тільки при  $\Delta\varphi_i \rightarrow 0$ . В результаті отримаємо:

$$A = \lim_{\Delta\varphi_i \rightarrow 0} \sum_i M_i \Delta\varphi_i = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M d\varphi, \quad (1.64)$$

де  $\varphi_1$  і  $\varphi_2$  – початковий і кінцевий кути повороту. Таким чином, щоб визначити роботу при обертальному русі, потрібно результуючий момент сил, що діють на тіло, проінтегрувати за кутом повороту.

### 1.8 Рівняння руху тіла і умови рівноваги

Рух тіла визначається зовнішніми силами, що діють на тіло, і моментами цих сил.

**Рівняння руху тіла** мають вигляд:

$$m \vec{a}_c = \sum \vec{F}_i, \quad (1.65)$$

$$I \vec{\alpha} = \sum \vec{M}_i. \quad (1.66)$$

Формула (1.65) описує поступальний рух тіла, де  $\vec{a}_c$  – прискорення центра інерції тіла, формула (1.66) – обертальний рух. Моменти сил у формулі (1.66) можна брати відносно будь-якої нерухомої осі або такої, що рухається без прискорення.

**Умови рівноваги тіла** мають вигляд

$$\sum \vec{F}_i = 0, \quad \sum \vec{M}_i = 0. \quad (1.67)$$

Якщо виконується перша умова (1.67), то відсутній поступальний рух, а якщо друга – то відсутній обертальний рух. Якщо обидві умови виконуються одночасно, то тіло знаходиться у рівновазі.

### 1.9 Елементи спеціальної теорії відносності (СТО)

**Принцип відносності Галілея.** Згідно з принципом Галілея закони механіки однакові в будь-якій інерціальній системі. Розглянемо дві системи відліку, які рухаються одна відносно іншої із сталою швидкістю  $\vec{V}_0$ . Вважатимемо одну із систем умовно нерухомою. Позначимо її літерою  $K$ . Інша система (позначена літерою  $K'$ ) рухається відносно системи  $K$  із швидкістю  $\vec{V}_0$ . Вважатимемо для спрощення, що осі  $OX$  і  $OX'$  систем збігаються, а осі  $OY$  і  $OY'$  та  $OZ$  і  $OZ'$  відповідно паралельні (рис. 1.9).

Знайдемо зв'язок між координатами точки в системах  $K$  і  $K'$ . Початковим вважаємо момент часу, коли початок координат обох систем, знаходиться в одній точці. Крім того, в класичній механіці вважається, що час в усіх системах плине однаково, тобто для систем, які розглядаються у цьому випадку:  $t=t'$ . Тоді з рисунку 1.9 випливає:

$$x = x' + V_0 \cdot t, \quad y = y', \quad z = z', \quad t = t'. \quad (1.68)$$

Рівняння (1.68) називаються перетвореннями Галілея.

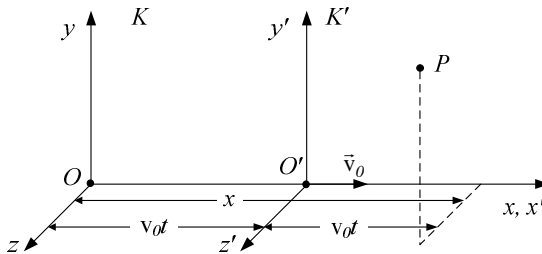


Рисунок 1.9

Диференціюючи за часом перші три співвідношення (1.68), маємо

$$V_x = V'_x + V_0, \quad V_y = V'_y, \quad V_z = V'_z. \quad (1.69)$$

У співвідношеннях (1.69) величини  $V_x, V_y, V_z$  є проекціями вектора швидкості  $\vec{V}$  точки на координатні осі нерухомої системи  $K$ , а  $V'_x, V'_y, V'_z$  проекції вектора швидкості  $\vec{V}'$  у рухомій системі  $K'$ . Ці скалярні рівняння (1.69) еквівалентні наступному співвідношенню між векторами швидкостей  $\vec{V}$  і  $\vec{V}'$

$$\vec{V} = \vec{V}' + \vec{V}_0. \quad (1.70)$$

Співвідношення (1.70) є класичним *нерелятивістським законом складання швидкостей*.

Диференціюючи співвідношення (1.70) за часом отримаємо:

$$\vec{a} = \vec{a}',$$

де  $\vec{a}, \vec{a}'$  — прискорення матеріальної точки в інерціальних системах  $K$  і  $K'$  відповідно.

Отже, прискорення матеріальної точки в інерціальних системах відліку є одним і тим самим, тобто *інваріантним (незмінним)* відносно перетворень Галілея.

З перетворень Галілея випливає і такий висновок: оскільки прискорення тіла у двох інерціальних системах однакові, то і сили, які діють на це тіло в системах  $K$  і  $K'$ , відповідно до другого закону Ньютона будуть однакові, тобто

$$\vec{F} = \vec{F}'.$$

Таким чином, *рівняння механіки Ньютона є інваріантними відносно перетворень Галілея, тобто вони залишаються незмінними при переході від однієї інерціальної системи відліку до іншої*.

*Отже всі механічні явища у різних інерціальних системах відбуваються однаково і ніякими механічними дослідими неможливо встановити, чи дана система відліку знаходиться у спокої, чи рухається прямиoliniйно та рівномірно.*

**Скінченність швидкості розповсюдження взаємодій.** Взаємодію матеріальних частинок у класичній механіці описують за допомогою потенціальної енергії взаємодії, яка є функцією лише координат частинок, що взаємодіють. Такий спосіб опису взаємодії містить у собі припущення про миттєвість розповсюдження взаємодій. Дійсно, сили, які діють на кожну частинку з боку інших, в кожний момент залежать тільки від їх положення в цей момент часу. Зміна положення однієї із взаємодіючих частинок впливає на рух інших в той же момент часу. Досліди, однак, свідчать, що миттєвих взаємодій в природі не існує. А тому механіка, яка виходить з положення про миттєвість розповсюдження взаємодій, містить в собі деяку неточність. В дійсності, якщо з одним із взаємодіючих тіл відбувається якась зміна, то на інше тіло це вплине лише через деякий проміжок часу. Якщо поділити відстань між тілами на цей проміжок часу, ми знайдемо швидкість розповсюдження взаємодій.

Зазначимо, що цю швидкість можна називати максимальною швидкістю розповсюдження взаємодій. Вона визначає той проміжок часу, після якого зміни, які відбуваються з одним тілом, починають проявлятися на другому.

**Перетворення Лоренца.** Дослідження електромагнітних та оптичних явищ узагальнено класичною електродинамікою, в основі якої лежать рівняння Максвелла. Однак рівняння Максвелла, як виявилося, неінваріантні відносно перетворень Галілея. Постало питання, чи немає в них помилок? Спроби змінити рівняння таким чином, щоб вони задовольняли принципу відносності Галілея, призвели до появи в рівняннях електродинаміки нових членів, які передбачали нові електромагнітні явища, але досліди їх не підтвердили. Поступово ставало ясно, що рівняння Максвелла абсолютно правильні і причина в іншому.

Лоренц довів, що коли зробити в рівняннях Максвелла підстановку

$$x' = (x - ut)\gamma, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \left(t - \frac{ux}{c^2}\right)\gamma, \quad (1.71)$$

$$\text{де } \gamma = 1 / \sqrt{1 - u^2 / c^2};$$

$x, y, z, t$  – координати та час в системі відліку  $K$ ;  
 $x', y', z', t'$  – координати та час в системі  $K'$ ;  
 $u$  – швидкість руху системи  $K'$  відносно  $K$ ;  
 $c$  – швидкість світла у вакуумі,  
 то форма рівнянь в інерціальних системах відліку залишиться незмінною!

Системи  $K$  і  $K'$  розташовані так, як зображено на рисунку 1.9. Рівняння (1.71) називають перетвореннями Лоренца.

Однак перетворення Лоренца не залишають незмінними рівняння механіки. Якщо вважати правильними рівняння Максвелла, то тоді треба змінити рівняння механіки таким чином, щоб вони залишались інваріантними відносно перетворень Лоренца.

**Релятивістський закон перетворення швидкості.** Із перетворень Лоренца (1.71) випливає закон перетворення швидкості. Згідно

$$\text{з визначенням } V_x = \frac{dx}{dt} = \frac{v'_x + u}{1 + \frac{uv'_x}{c^2}}. \quad (1.72)$$

**Постулати СТО.** Проаналізувавши ситуацію, Ейнштейн сформулював свої висновки у вигляді двох постулатів спеціальної теорії відносності:

а) всі закони природи однакові в усіх інерціальних системах відліку;

б) швидкість світла у вакуумі однакова в усіх інерціальних системах відліку і не залежить від руху джерела або приймача.

**Релятивістське рівняння динаміки.** Для того, щоб рівняння динаміки було інваріантним відносно перетворень Лоренца, необхідно, щоб маса  $m$  матеріальної точки, яка рухається із швидкістю  $u$ , дорівнювала  $m = m_0 \gamma$ ,

де  $m_0$  – маса нерухомого тіла - маса спокою.

Тоді релятивістський імпульс і основне рівняння релятивістської динаміки матимуть вигляд:

$$\vec{p} = m_0 \vec{u} / \sqrt{1 - u^2/c^2}, \quad \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}. \quad (1.73)$$

Аналіз залежності імпульсу від швидкості руху тіла показує, що при малих значеннях швидкості імпульс зростає за рахунок чисе-

льника, бо величина  $u^2/c^2$  мала і знаменник приблизно дорівнює одиниці. При великих значеннях швидкості, коли  $u \rightarrow c$ , чисельник зростає дуже повільно і імпульс різко зростає за рахунок знаменника, який наближається до нуля. Таким чином, при  $u \rightarrow c$  для того, щоб хоч трохи змінити імпульс, потрібно затратити дуже велику кількість енергії, а тому практично неможливо розігнати тіло скінченної маси спокою  $m_0$  до швидкості світла.

Слід зазначити, що формули ((1.71) - (1.73)) переходять у відповідні вирази класичної механіки, коли  $u \ll c$ .

**Енергія частинки. Взаємозв'язок маси і енергії.** Повна енергія частинки дорівнює  $E = m_0 c^2 / \sqrt{1 - u^2/c^2}$ . (1.74)

У випадку, коли швидкість частинки  $u=0$ , енергія  $E = m_0 c^2$  має назву *енергії спокою* частинки. Ця енергія – внутрішня енергія частинки, що не пов'язана з рухом частинки як цілого. До енергії спокою, як і до повної енергії, не входить потенціальна енергія тіла в зовнішньому силовому полі. Із (1.74) випливає, що енергія тіла  $E$  і його релятивістська маса  $m$  прямо пропорційні. Можна стверджувати, що зміна енергії тіла  $\Delta E$  супроводжується зміною релятивістської маси  $\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2}$

і навпаки, зміна релятивістської маси супроводжується зміною енергії тіла:  $\Delta E = \Delta m c^2$ . (1.75)

Формула (1.75) виражає закон взаємозв'язку маси і енергії.

## 2. МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА І ТЕРМОДИНАМІКА

### 2.1 Загальні положення

*Молекулярна фізика* вивчає будову і властивості речовини, виходячи з молекулярно-кінетичних уявлень:

- 1) будь-яке тіло складається з атомів (або молекул);
- 2) молекули будь-якої речовини знаходяться у стані постійного хаотичного (теплого) руху;
- 3) молекули взаємодіють між собою.

При цьому вона користується статистичним методом, цікавлячись лише середніми значеннями величин (середньої швидкості молекул, середньої енергії і т.п.).

**Термодинаміка** вивчає властивості тіл і явищ природи не цікавлячись їх мікроскопічною структурою. В основі термодинаміки лежать кілька фундаментальних законів, які виведені шляхом узагальнення великої сукупності експериментальних даних.

Підходячи до зміни стану речовини з різних точок зору (молекулярна фізика з мікроскопічного рівня, термодинаміка – з макроскопічного), вони взаємно доповнюють одна одну.

**Система.** Системою будемо називати тіло, що складається з великої кількості молекул, або сукупність тіл, що розглядається. Величини, що характеризують стан системи, називаються параметрами стану. Так, газ має три параметри стану – тиск  $p$ , об'єм  $V$  і абсолютна температура  $T$  – температура за шкалою Кельвіна,  $T=273+t^{\circ}\text{C}$ .

**Рівноважний стан.** Якщо всі параметри системи мають певні значення, то такий стан системи називається рівноважним. Будь-який рівноважний стан може бути зображений на координатній площині (в координатах  $p, V$ ) точкою.

**Рівноважний процес** – це процес, що складається з неперервної послідовності рівноважних станів. Рівноважним може бути тільки нескінченно повільний процес.

## 2.2 Ідеальний газ. Рівняння стану

Основні фізичні закономірності, що мають місце в реальних газах, можна вивчати, використовуючи модель *ідеального газу*. Вважають, що *молекули ідеального газу не взаємодіють між собою і мають власні розміри, набагато менші за характерні відстані між молекулами (отже, їх можна вважати матеріальними точками). Молекули ідеального газу рухаються хаотично, стикаючись між собою за законами пружного удару.*

Фізично малий об'єм  $\Delta V$  ідеального газу містить достатньо велику кількість молекул, до яких можна застосувати методи статистичної фізики.

Взаємозв'язок між параметри стану –  $p$ ,  $V$ , і  $T$ . визначається рівнянням Менделєєва-Клапейрона:



$$pV = \frac{m}{\mu} RT, \quad (2.1)$$

де  $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$  – універсальна газова стала;

$m$  – маса газу.

Однією з основних величин СІ є кількість речовини, одиницею вимірювання якої є моль. Один моль дорівнює кількості речовини системи, яка містить стільки структурних елементів, скільки міститься атомів в 0,012 кг ізотопу вуглецю  $^{12}\text{C}$ . Структурними елементами системи можуть бути молекули, атоми, іони.

За визначенням, один моль різних речовин містить однакове число частинок – число Авогадро  $N_A$ , що дорівнює  $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$ . Масу моля речовини називають молярною масою  $\mu$ , в СІ вимірюють у кілограмах на моль в мінус першому степені. Позначимо в рівнянні стану (2.1)

$$k = \frac{R}{N_A} = \frac{8,31}{6,02 \cdot 10^{23}} \cdot \frac{\text{Дж}}{\text{К}} = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К},$$

де  $N_A$  – число Авогадро;

$k$  – стала Больцмана.

Тоді рівняння (2.1) можна записати в такому вигляді:

$$pV = \frac{m}{\mu} N_A kT; \quad pV = NkT; \quad p = \frac{N}{V} kT,$$

де  $N$  – число молекул газу масою  $m$ .

Позначимо  $n = N/V$  – концентрація молекул. Тоді

$$p = nkT. \quad (2.2)$$

### **2.3 Молекулярно-кінетичне тлумачення тиску та температури**

Тиск газу на стінки посудини, в якій він знаходиться, зумовлений ударами молекул. При кожному ударі молекули об стінку змінюється імпульс молекули, а за другим та третім законом Ньютона виникає сила, яка діє на стінку посудини. Відношення сили, що діє на стінку з боку молекул, до площі стінки визначає величину тиску газу.

Відповідно до *основного рівняння молекулярно-кінетичної теорії ідеального газу*:  $p = \frac{2}{3} n \langle E_k \rangle$ , (2.3)

де  $p$  – тиск;  $n$  – концентрація молекул газу;

$$\langle E_k \rangle = \langle \frac{mv^2}{2} \rangle - \text{середня кінетична енергія молекул газу.}$$

Рівняння (2.3) встановлює взаємозв'язок між мікроскопічними величинами (масою та швидкістю молекул) і макроскопічною величиною – тиском.

Прирівняємо рівняння стану ідеального газу (2.2) та основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії (2.3), тоді отримаємо

$$\langle E_k \rangle = \frac{3}{2} kT. \quad (2.4)$$

Згідно з виразом (2.4) середня кінетична енергія поступального руху молекул ідеального газу прямо пропорційна абсолютній температурі. Тобто *температура є мірою середньої кінетичної енергії поступального руху молекул ідеального газу в стані термодинамічної рівноваги.*

## **2.4 Внутрішня енергія системи. Робота, кількість теплоти**

*Внутрішня енергія системи* – це енергія руху та взаємодії частинок, що складають систему: кінетична енергія теплового руху частинок, потенціальна енергія їх взаємодії, кінетична та потенціальна енергія коливального руху атомів і молекул та внутрішньомолекулярна енергія. Внутрішня енергія є однозначною функцією стану системи. Зміна внутрішньої енергії  $\Delta U$  при переході системи із початкового стану з енергією  $U_1$  до кінцевого стану з енергією  $U_2$  дорівнює  $\Delta U = U_2 - U_1$ , та не залежить від процесів, що призвели до переходу. Якщо система повертається до попереднього стану, внутрішня енергія її залишається незмінною. Внутрішню енергію системи можна змінити двома способами: виконанням над системою роботи  $A$ , або наданням їй кількості теплоти  $\Delta Q$ . У першому випадку над системою з боку зовнішніх тіл, виконується *макроскопічна робота*.

Нехай в циліндрі під поршнем площею  $S$  знаходиться стиснутий газ, тиск якого дорівнює  $p$ , тоді сила тиску  $F = pS$ . Якщо поршень при квазістатичному розширенні газу переміститься на  $dx$ , то газ виконає роботу

$$dA = Fdx = pSdx = pdV.$$

Робота, виконана системою при скінченному розширенні від об'єму  $V_1$  до  $V_2$ , дорівнює :

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV. \quad (2.5)$$

Другим способом передачі енергії є процес теплообміну, який відбувається за незмінних зовнішніх параметрів.

**Перший закон термодинаміки** є узагальненням закону збереження та перетворення енергії для термодинамічних систем

$$Q = (U_2 - U_1) + A. \quad (2.6)$$

Кількість теплоти, що надається системі, йде на приріст її внутрішньої енергії  $\Delta U = (U_2 - U_1)$  і на виконання роботи  $A$  системою над зовнішніми тілами.

**Ступенями вільності** механічної системи називають незалежні змінні, які потрібно задати, щоб визначити положення системи у просторі.

Матеріальна точка має три ступеня вільності – це її координати  $(x, y, z)$ . Тверде тіло має шість ступенів вільності: три координати центра інерції тіла  $(x_c, y_c, z_c)$  і три кути  $(\theta, \varphi, \psi)$  які визначають положення у просторі двох пов'язаних з тілом взаємно перпендикулярних осей, які проходять через центр інерції тіла (див. рис. 2.1, а).

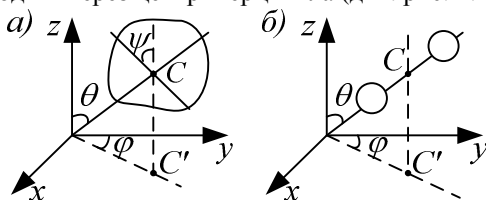


Рисунок 2.1

Величини  $(x_c, y_c, z_c)$  змінюються у процесі поступального руху тіла і називаються поступальними ступенями вільності. Кути  $(\theta, \varphi, \psi)$  змінюються у процесі обертального руху тіла і називаються обертальними ступенями вільності. Система двох жорстко зв'язаних між собою матеріальних точок (двохатомна молекула) має п'ять ступенів вільності  $(x_c, y_c, z_c, \theta, \varphi)$  (див. рис. 2.1, б). При обертанні навколо власної осі положення молекули не змінюється, тому необхідно задавати тільки два кути.

**Принцип рівнорозподілу енергії за ступенями вільності.** Ні один з видів руху молекули не має переваги перед іншими, тому на будь-яку ступінь вільності молекули у середньому припадає однакова кількість енергії:

$$\langle \varepsilon \rangle_{\text{ст. в.}} = \frac{1}{2} kT. \quad (2.6)$$

Тоді середня енергія теплового руху молекул:

$$\langle \varepsilon \rangle_{\text{ст. в.}} = \frac{i}{2} kT, \quad (2.7)$$

$$\text{де} \quad i = n_{\text{пост}} + n_{\text{об}} + 2n_{\text{кол}}, \quad (2.8)$$

$n_{\text{пост}}$  – кількість поступальних ступенів вільності;

$n_{\text{об}}$  – число обертальних ступенів вільності;

$n_{\text{кол}}$  – число коливальних (коливальні ступені вільності мають вдвічі більшу енергоємність, ніж поступальні й обертальні, і тому у формулу (2.8) вони входять подвійно). При невисоких температурах коливальні ступені вільності незбуджені і число ступенів вільності дорівнює:  $i = 3$  – для одноатомних молекул;  $i = 5$  – для двохатомних молекул;  $i = 6$  – для трьох (і вище) атомних молекул (тобто як і для твердого тіла).

**Внутрішня енергія ідеального газу** маси  $m$  згідно з принципом рівнорозподілу визначається формулою

$$U = N \langle \varepsilon \rangle = N \frac{i}{2} kT = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{i}{2} RT. \quad (2.9)$$

**Теплоємністю** тіла називають величину, яка дорівнює кількості теплоти, необхідної для збільшення температури тіла на один кельвін. У молекулярій фізиці здебільшого користуються поняттям теплоємності для одного моля газу. Для газів розрізняють два типи теплоємностей: при сталому об'ємі –  $C_V$  і при сталому тиску –  $C_p$ . **Молярною теплоємністю** називають величину, що дорівнює кількості теплоти, необхідної для збільшення температури 1 моля речовини на 1 K:

$$C_V = \frac{i}{2} R, \quad C_p = C_V + R \quad (2.10)$$

Із порівняння  $C_V$  і  $C_p$  впливає фізичний зміст сталої  $R$ : вона чисельно дорівнює роботі, яку виконує один моль газу при його нагріванні на один кельвін при ізобаричному процесі ( $p = \text{const}$ ).

**Адіабатний процес** – це процес, який протікає без теплообміну газу із зовнішнім середовищем (тобто  $dQ = 0$ ). Якщо покласти  $dQ = 0$  у рівнянні першого закону термодинаміки

$$dQ = \frac{m}{\mu} \cdot C_V dT + p dV, \quad (2.11)$$

то отримаємо рівняння адіабати ідеального газу:

$$pV^\gamma = \text{const}, \quad (2.12)$$

де  $\gamma = C_p / C_v = (i+2)/i$ ,  $\gamma$  – коефіцієнт адіабати, який визначається кількістю ступенів вільності  $i$  молекули.

**Оборотним** називається процес, який можна провести у зворотному напрямку таким чином, щоб система пройшла через ті самі стани, що й при прямому, але в зворотній послідовності. Оборотні процеси мають таку властивість: якщо при прямому напрямку система отримувала теплоту  $dQ$  і виконувала роботу  $dA$ , то при зворотному напрямку система віддає тепло  $dQ' = dQ$  і над нею виконується робота  $dA' = dA$ . Зазначимо, що в природі оборотних процесів не існує, але існують процеси дуже близькі до них.

**Коефіцієнт корисної дії (ККД) теплової машини.** Термодинаміка виникла спочатку як наука про теплові машини. Завданням термодинаміки є побудова досконалого теплового двигуна. Теплова машина (двигун) – це пристрій, який перетворює теплову (внутрішню) енергію у механічну роботу. Будь-яка теплова машина являє собою систему, що виконує певний круговий процес (цикл) і складається з робочої речовини, нагрівача і охолоджувача (рис. 2.2).

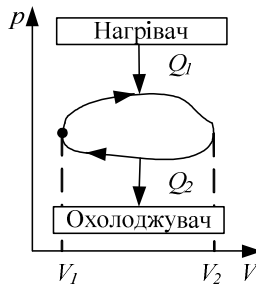


Рисунок 2.2

У ході циклу робоча речовина спочатку розширюється, а потім знову стискається. Щоб робота за цикл була позитивна, при розширенні робочій речовині надається теплота  $Q_1$  (визначається кількісно площею під верхньою частиною циклу) а при стисканні – відбирається теплота  $Q_2$  (визначається кількісно площею під нижньою частиною циклу). Різниця між теплотою отриманою і відданою робочою речовиною перетворюється у корисну роботу (визначається кількісно площею, що обмежена кривою циклу).

Коефіцієнт корисної дії теплової машини

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}. \quad (2.13)$$

**Другий закон термодинаміки** вказує на направленість термодинамічних процесів.

*Неможливі процеси, єдиним і кінцевим результатом яких був би перехід тепла від тіл менш нагрітих до тіл більш нагрітих.*

Перехід тепла від менш нагрітих тіл до більш нагрітих можливий, наприклад у холодильній камері, де тепло переходить від менш нагрітих тіл до більш нагрітих, але при цьому виконується робота.

**Цикл Карно.** З другого закону термодинаміки випливає, що єдиним оборотним процесом, який супроводжується теплообміном з тепловим резервуаром з постійною температурою, є ізотермічний процес, що протікає при температурі резервуара.

Отже оборотний цикл, у ході якого система вступає у теплообмін з двома тепловими резервуарами, повинен складатися з двох ізотерм і двох адіабат. Адіабати йдуть крутіше ізотерм і замикають дві ізотерми у цикл. Такий цикл було введено в розгляд Карно і він отримав його ім'я (див. рис. 2.3), а теплова машина, яка працює за циклом Карно, називається *ідеальною тепловою машиною*.

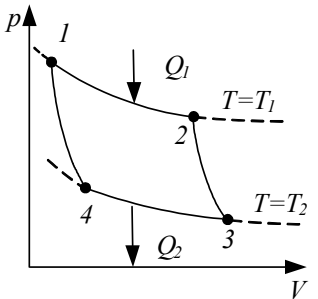


Рисунок 2.3

ККД циклу Карно визначається формулою

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}, \quad (2.14)$$

де  $T_1$  – температура нагрівача;  $T_2$  – температура охолоджувача.

Справедливі два твердження:

1. ККД всіх оборотних теплових машин, що працюють

в ідентичних умовах (тобто при однакових температурах нагрівача і охолоджувача), однаковий.

2. ККД теплової машини, яка працює за необоротним циклом, завжди менший, ніж ККД машини, що працює за оборотним циклом, якщо умови роботи двох машин однакові. Це пояснюється тим, що повна робота при необоротному циклі менша, ніж при оборотному.

**Ентропія.** Із виразів ККД для циклу Карно (2.13), (2.14) випливає

$$\frac{Q_1}{T_1} + \left(-\frac{Q_2}{T_2}\right) = 0. \quad (2.15)$$

Відношення  $Q/T$  називається *приведеною кількістю теплоти*. Згідно з (2.15) сума зведених кількостей теплоти, отриманих системою при будь-якому оборотному процесі дорівнює нулю.

Однозначна функція стану  $S$ , повний диференціал якої визначається як

$$dS = dQ/T \quad (2.16)$$

називається *ентропією системи*.

Таким чином, ентропія – це функція стану системи, приріст якої при оборотному процесі дорівнює зведеній кількості теплоти, отриманої системою:

$$\sum_{I \rightarrow 2} \Delta S = S_2 - S_1,$$

де  $S_1$  – значення ентропії у початковому стані;

$S_2$  – значення ентропії у кінцевому стані.

Фізичний зміст ентропії впливає із статистичного визначення ентропії, яке вивів Больцман:

$$S = k \ln w, \quad (2.17)$$

де  $k$  – стала Больцмана;  $w$  – термодинамічна ймовірність системи, яка дорівнює числу мікроскопічних станів, якими може бути реалізований даний макроскопічний стан системи. Стан системи, який здійснюється відносно малою кількістю способів, називають *упорядкованим*. Стан, який здійснюється значною кількістю способів, називають *неупорядкованим*.

Таким чином, ентропія є мірою хаосу (невпорядкованості) в системі. Чим більша ентропія – тим більший хаос в системі.

З урахуванням необоротних процесів формулу (2.16) переписуємо у вигляді нерівності

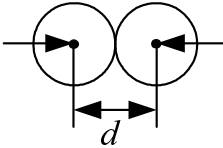
$$\Delta S \geq \frac{\Delta Q}{T}, \quad (2.18)$$

де знак рівності береться для оборотних процесів, а нерівності – для необоротних. Для ізолюваної системи  $\Delta Q=0$  і  $\Delta S \geq 0$ . З цього випливає, що: 1) *ентропія ізолюваної системи тільки збільшується, якщо процеси в ній необоротні (закон збільшення ентропії)*; 2) *ентропія ізолюваної системи залишається сталою, якщо процеси в ній оборотні (закон збереження ентропії)*.

## 2.5 Явища переносу в газах

У термодинамічно *нерівноважних* системах виникають особливі необоротні процеси, які називаються *явищами переносу*. До цих явищ відносяться явища *дифузії, теплопровідності та внутрішнього тертя*.

В усіх названих явищах відіграє важливу роль *середня довжина вільного пробігу молекул газу*. Мінімальна відстань, на яку наближаються при співударі центри двох молекул, називається ефективним діаметром молекули (див. рис. 2.4). Ефективний діаметр молекули  $d$  зменшується із зростанням температури, бо при цьому зростають швидкості теплового руху молекул газу. *Середній шлях між двома послідовними співударами молекули називається середньою довжиною вільного пробігу  $\lambda$  і визначається за формулою*



$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n} . \quad (2.19)$$

Рисунок 2.4

Оскільки при  $T = \text{const}$  кількість молекул в одиниці об'єму  $n \sim p$ , то  $\lambda \sim 1/p$ , тобто із зниженням тиску середня довжина вільного пробігу збільшується.

**Внутрішнє тертя.** Якщо швидкості впорядкованого руху молекул у потоці газу змінюються від шару до шару (тобто шари рухаються з різними швидкостями), то між шарами газу виникають сили внутрішнього тертя (див. рис. 2.5), які визначаються за формулою

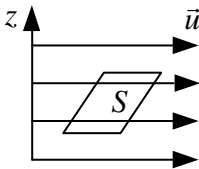


Рисунок 2.5

$$F = \eta \frac{du}{dz} S , \quad (2.20)$$

де  $\eta$  – коефіцієнт внутрішнього тертя,;

$\frac{du}{dz}$  – градієнт швидкості впорядкованого

руху молекул, величина, яка характеризує зміну швидкості у перпендикулярному напрямку до вектора  $\vec{u}$  ;

$S$  – площа шарів, які стикаються між собою.

Коефіцієнт внутрішнього тертя чисельно дорівнює силі, що діє на одиничну площадку при одиничному градієнті швидкості.

Молекули газу переходять внаслідок теплового руху з шару в шар і переносять з собою імпульс. У результаті імпульс більш повільного шару зростає, а більш швидкого зменшується. Перенесення імпульсу з шару в шар і обумовлює виникнення внутрішнього тертя.

У молекулярно-кінетичній теорії виводиться формула для коефіцієнта внутрішнього тертя



$$\eta = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \lambda, \quad (2.21)$$

де  $\rho$  – густина газу;

$\langle v \rangle$  – середня швидкість теплового руху молекул;

$\lambda$  – середня довжина вільного пробігу молекул.

**Теплопровідність газів.** Якщо в газі вздовж деякого напрямку  $z$  температура не залишається сталою, то вздовж цього напрямку встановлюється потік  $q$  тепла в напрямку зменшення температури (див. рис. 2.6).

$$q = \chi \frac{dT}{dz} S, \quad (2.22)$$

де  $q = \frac{dQ}{dt}$  – потік теплоти, тобто кількість тепла, яка переноситься

через площадку  $S$  у одиницю часу;  $\frac{dT}{dz}$  – градієнт температури, який

характеризує швидкість зміни температури вздовж осі  $z$ ;  $\chi$  – коефіцієнт теплопровідності,  $\chi = \eta c_V$ , який дорівнює потоку тепла через одиничну площадку при одиничному градієнті температури;  $c_V$  – питома теплоємність.

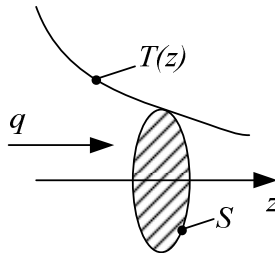


Рисунок 2.6

Теплопровідність обумовлена тим, що перемішуючись внаслідок теплового руху, кожна молекула переносить з місця з більшою температурою в місце з меншою температурою енергію  $\langle \varepsilon \rangle = ikT/2$ . У результаті теплопровідності температура менш нагрітих місць підвищується, а температура більш нагрітих – зменшується. Коли температури вирівнюються, потік тепла припиняється.

**Дифузія у газах.** Якщо концентрація  $c$  (тобто, маса в одиниці об'єму) газу вздовж деякого напрямку  $z$  у просторі (див. рис. 2.7) змінюється, то внаслідок теплового руху молекул буде виникати процес

вирівнювання концентрацій, який супроводжується переносом маси. У результаті в напрямку зменшення концентрації виникає потік маси:

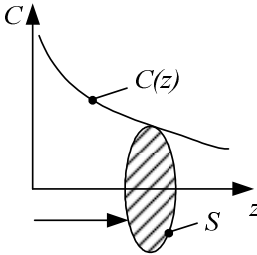


Рисунок 2.7

$$\mu = -D \frac{dc}{dz} \cdot S,$$

де  $\mu = \frac{dm}{dt}$  – потік маси, тобто маса, що переноситься через площадку  $S$  в одиницю часу;  $\frac{dc}{dz}$  – градієнт концентрації,

який характеризує швидкість зміни концентрації вздовж осі  $z$ ;  $D$  – коефіцієнт дифузії,  $D = \frac{1}{3} \langle V \rangle \lambda$ , який чисельно дорівнює потоку маси через одиничну площадку при одиничному градієнті концентрації. Коли концентрація вирівнюється, дифузія припиняється.

### 3. ЕЛЕКТРОСТАТИКА

#### 3.1 Електричне поле у вакуумі

**Електричний заряд** – це невід’ємна властивість елементарних частинок, як і їх маса, він служить кількісною характеристикою електричної взаємодії. У природі існує два види зарядів: *позитивний і негативний*.

Згідно із законом збереження заряду *сумарний заряд електрично ізольованої системи є незмінною величиною*.

**Закон Кулона.** Сила взаємодії між двома точковими зарядами визначається законом Кулона:

$$F_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1 q_2|}{r^2}, \quad (3.1)$$

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21},$$

де  $r$  – відстань між точковими зарядами;

$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ (Ф/м)}$  – електрична стала;

$q_1, q_2$  – точкові заряди;

$F_{12}$  – сила, що діє на перший заряд з боку другого;

$F_{21}$  – сила, що діє на другий заряд з боку першого (див. рис. 3.1).

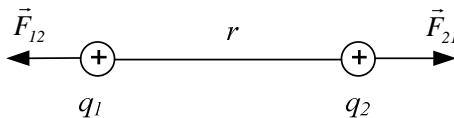


Рисунок 3.1

*Точковими називають такі заряди, коли розмірами заряджених тіл можна знехтувати порівняно з відстанями між ними.*

**Електричне поле.** Взаємодія між зарядами, що знаходяться в стані спокою, здійснюється через електричне поле. Кожен заряд створює в навколишньому просторі електричне поле. *Електричне поле – це форма матерії, що породжується зарядженими тілами і здійснює взаємодію між ними.*

**Напруженість електричного поля.** Сила взаємодії між зарядами (див. 3.1) залежить від величини обох зарядів а тому не може бути характеристикою поля. Характеристикою електричного поля в точці є відношення цієї сили до величини заряду, внесеного в дану точку поля

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}, \quad \left( I \frac{H}{\text{кл}} = I \frac{B}{\text{м}} \right). \quad (3.2)$$

Ця величина називається *напруженістю електричного поля* і є силовою характеристикою електричного поля в кожній точці.

За напрямком вектора напруженості  $\vec{E}$  приймається напрям сили, що діє на позитивний заряд. Напруженість чисельно дорівнює силі, що діє на одиничний позитивний заряд.

Для точкового заряду

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}. \quad (3.3)$$

де  $r$  – відстань від заряду до точки спостереження.

**Принцип суперпозиції.** Напруженість поля системи зарядів дорівнює векторній сумі напруженостей полів, що створюються кожним із зарядів окремо

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_N. \quad (3.4)$$

У випадку, коли заряд розподілений, наприклад, вздовж лінії довжиною  $l$  з деякою лінійною густиною заряду  $\tau = \frac{dq}{dx}$ , напруже-

ність поля елементарного заряду  $dq = \tau dx$  в точці поля на відстані  $r$  згідно з (3.3) буде:  $d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\tau dx}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$ .

Результуюча напруженість поля, що створюється всією зарядженою лінією визначається векторною сумою всіх елементарних напруженостей, які створюються в даній точці кожним елементом лінії, тобто через інтеграл

$$\vec{E} = \int_0^l d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \int_0^l \frac{\tau dx}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}. \quad (3.5)$$

**Лінії напруженості електричного поля.** Електричне поле зображають за допомогою ліній напруженості:

1) лінії напруженості: починаються на позитивних і закінчуються на негативних зарядах, або прямують в нескінченність, чи приходять з нескінченності;

2) в кожній точці лінії напруженості вектор напруженості  $\vec{E}$  направлений уздовж дотичної до лінії напруженості;

3) щільність ліній напруженості пропорційна напруженості.

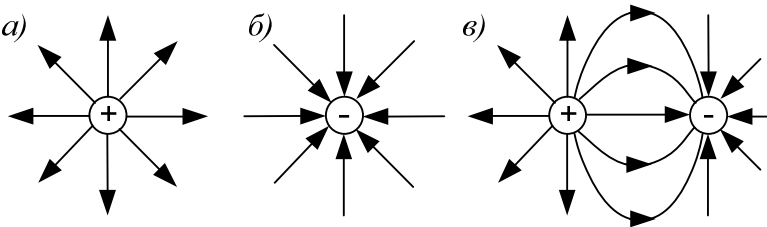


Рисунок 3.3

На рисунку 3.3, а, б зображено електричне поле усамітнених позитивних і негативних зарядів, на рисунку 3.3, в — системи двох однакових різноименних зарядів, що розташовані на невеликій відстані один від одного.

**Потік вектора напруженості.** Величина

$$\Phi = \int_S E_n ds, \quad (3.6)$$

де  $E_n$  – проекція вектора  $\vec{E}$  на напрям нормалі в кожній точці поверхні інтегрування  $S$  називається потоком вектора напруженості через поверхню  $S$  (див. рис. 3.4). Фізичний зміст потоку вектора напруженості полягає в тому, що він визначає кількість ліній напруженості, що перетинають поверхню інтегрування  $S$ . Для замкнених поверхонь інтегрування, як позитивна нормаль, береться зовнішня нормаль (з боку опуклості як показано на рисунку 3.4.)

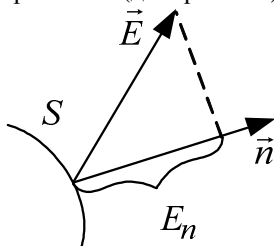


Рисунок 3.4

**Теорема Гаусса.** Потік вектора напруженості через замкнену поверхню дорівнює алгебраїчній сумі зарядів, які знаходяться всередині цієї поверхні, поділеної на електричну сталу  $\epsilon_0$  :

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0}. \quad (3.7)$$

Теорема Гауса дозволяє визначити напруженість електричного поля заряду розподіленого в певному об'ємі, вздовж поверхні - для тіл правильної геометричної форми, наприклад :

1. Для поля нескінченної однорідно зарядженої площини (див. рис. 3.5, а, б) з поверхневою густиною заряду  $\sigma$  (тобто зарядом, що припадає на одиницю площі поверхні:  $\sigma = q/S$  (Кл/м), застосовуючи теорему, отримуємо  $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$  (3.8)

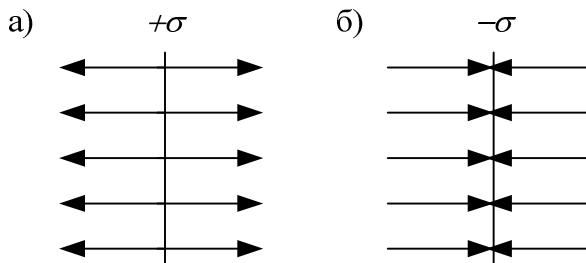


Рисунок 3.5

2. У випадку двох різноіменно заряджених поверхонь (див. рис. 3.6) за межами пластин силові лінії поля направлені протилежно одне одному і взаємно компенсуються. Між пластинами лінії напруженості мають однаковий напрям, тому

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}.$$

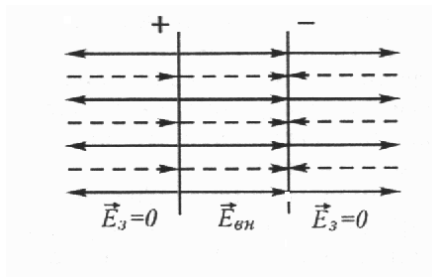


Рисунок 3.6

### ***Робота при переміщенні заряду в електростатичному полі.***

**Потенціал.** Визначимо роботу, яку виконують сили електростатичного поля, створеного точковим позитивним зарядом  $q_1$ , із точки 1 в точку 2 вздовж криволінійної траєкторії  $l$  (рис.3.7). одиничний вектор, направлений уздовж вектора  $\vec{F}$

Розіб'ємо траєкторію  $l$  руху заряду  $q_0$  на нескінченно малі переміщення  $d\vec{l}$ , в межах яких кулонівську силу взаємодії зарядів можна вважати сталою. Елементарна робота такої сили при переміщенні пробного заряду на  $d\vec{l}$  :

$$dA = \vec{F}d\vec{l} . \quad (3.9)$$

Робота при переміщенні від точки 1 до точки 2 визначається інтегральною сумою елементарних робіт на всьому шляху

$$A = \int_0^l \vec{F}d\vec{l} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_0^l \frac{q_1q_0}{r^2} \vec{e} \, d\vec{l} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_0^l \frac{q_1q_0}{r^2} \vec{e} \, d\vec{l} ,$$

де  $\vec{e}$  - одиничний вектор, направлений уздовж вектора  $\vec{F}$

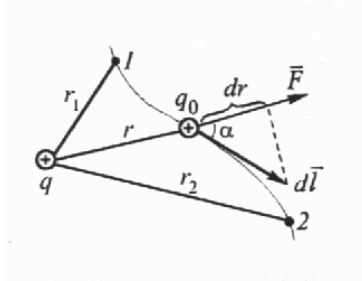


Рисунок 3.7

Скалярний добуток  $\vec{E} d\vec{l}$  дорівнює  $\vec{E} d\vec{l} = dl \cos \alpha = dr$ ,

таким чином 
$$A_{12} = \frac{q_1 q_0}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{q_1 q_0}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right]. \quad (3.10)$$

Аналізуючи вираз (3.10), можна зробити висновок: *робота сил електричного поля не залежить від форми траєкторії, а залежить тільки від положення початкової 1 та кінцевої 2 точок переміщення, електростатичне поле є полем потенціальним.*

Цей важливий висновок можна виразити в загальній аналітичній формі 
$$\oint_l \vec{E} d\vec{l} = 0, \quad (3.11)$$

яка є математичним формулюванням теореми про циркуляцію вектора  $\vec{E}$ : *циркуляція вектора напруженості електричного поля дорівнює нулю.* Значок  $\oint$  означає інтегрування вздовж замкненого контура.

Як відомо з механіки, робота консервативної сили дорівнює зменшенню потенціальної енергії, тобто

$$A_{12} = W_{p1} - W_{p2}. \quad (3.12)$$

Порівняння виразів (3.10), (3.12) показує, що потенціальна енергія взаємодії двох точкових зарядів визначається формулою

$$W_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1 q_2|}{r}.$$

Відношення потенціальної енергії заряду до величини заряду є енергетичною характеристикою поля в даній точці і називається потенціалом:

$$\varphi = \frac{W_p}{q} \quad \left( 1B = 1 \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} \right). \quad (3.13)$$

Потенціал чисельно дорівнює потенціальній енергії одиничного позитивного заряду в даній точці поля.

Потенціал точкового заряду

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}. \quad (3.14)$$

Потенціал системи точкових зарядів дорівнює алгебраїчній сумі потенціалів, створених в даній точці поля кожним зарядом

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \dots \varphi_N, \quad (3.15)$$

Роботу сил електричного поля з переміщення заряду з точки з потенціалом  $\varphi_1$  в точку з потенціалом  $\varphi_2$  тепер можемо записати у вигляді

$$A_{12} = q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) \quad (3.16)$$

**Зв'язок між напруженістю і потенціалом.** Між напруженістю і потенціалом електричного поля існує зв'язок, аналогічний зв'язку між силою і потенціальною енергією (1.35), що був отриманий в механіці

$$\vec{F} = -\nabla E_p, \quad (3.17)$$

де  $\nabla$  – оператор градієнта. Використовуючи формули (3.2), (3.13) отримаємо

$$\vec{E} = -\nabla\varphi \quad (3.18)$$

Можна розв'язати і обернену задачу – за відомою напруженістю  $\vec{E}$  визначити різницю потенціалів

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 E_l dl, \quad (3.19)$$

де  $E_l$  – проекція вектора  $\vec{E}$  на напрям ділянки інтегрування  $d\vec{l}$ .

Для однорідного електричного поля:  $\vec{E} = \vec{const}$ ,

$$\varphi_1 - \varphi_2 = Ed, \quad (3.20)$$

де  $d$  – відстань між токами 1 і 2, яку вимірюють уздовж лінії напруженості.

**Еквіпотенціальні поверхні** – це поверхні, які проведені в електричному полі через точки з однаковим потенціалом. У кожній точці еквіпотенціальної поверхні вектор  $\vec{E}$  направлений уздовж нормалі до неї у бік зменшення потенціалу.



### 3.2 Електричне поле в діелектриках

*Діелектриками* називаються речовини, які нездатні проводити електричний струм через відсутність в них вільних електричних зарядів.

**Полярні й неполярні діелектрики.** Введемо поняття радіусів-векторів центрів ваги позитивних і негативних зарядів молекули (див. рис. 3.8).

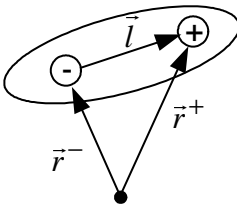


Рисунок 3.8

$$\vec{r}^+ = \frac{\sum q_i^+ \vec{r}_i^+}{q},$$

де  $\vec{r}_i^+$  – радіус-вектори усередненого за часом положення  $i$ -го заряду молекули. Тоді можна вважати, що весь позитивний заряд молекули зосереджений у центрі ваги позитивних, а негативний – у центрі ваги негативних зарядів

$$\vec{r}^- = \frac{\sum q_i^- \vec{r}_i^-}{-q}, \quad (3.21)$$

У результаті отримаємо так звану дипольну модель молекули. Якщо за відсутності зовнішнього електричного поля:

- 1)  $\vec{r}^+ = \vec{r}^-$ , тобто центри ваги позитивних і негативних зарядів молекули збігаються, то такі молекули називаються неполярними, а діелектрики, утворені з цих молекул, – неполярними діелектриками;
- 2)  $\vec{r}^+ \neq \vec{r}^-$ , тобто центри ваги позитивних і негативних зарядів молекули не збігаються, то такі молекули називаються полярними, а діелектрики, утворені з цих молекул, – полярними діелектриками.

Для полярних молекул вводиться дипольний електричний момент молекули

$$\vec{p}_e = |q| \vec{l}, \quad (3.22)$$

де  $q$  – заряд молекули,  $\vec{l}$  – радіус – вектор, проведений із центра ваги негативних зарядів у центр ваги позитивних зарядів молекули.

**Молекула в зовнішньому електричному полі.** При внесенні в зовнішнє електричне поле з напруженістю  $\vec{E}$ :

а) неполярна молекула розтягується під дією сил поля і набуває дипольного електричного моменту, який направлений уздовж зовнішнього поля і пропорційний напруженості поля:

б) полярні молекули розвертаються і встановлюються своїм дипольним моментом  $\vec{p}_e$  за напрямком вектора напруженості зовнішнього електричного поля  $\vec{E}$  (тобто полярна молекула поводить себе як жорсткий диполь).

**Поляризація діелектрика.** За відсутності зовнішнього електричного поля сумарний дипольний момент діелектрика дорівнює нулю (для неполярного діелектрика дипольні моменти молекул дорівнюють нулю, для полярного – через повний хаос напрямків дипольних електричних моментів молекул).

Під дією зовнішнього електричного поля діелектрик поляризується – результуючий дипольний момент діелектрика стає відмінним від нуля: неполярні молекули розтягуються і орієнтуються дипольними моментами вздовж зовнішнього електричного поля з напруженістю  $\vec{E}_0$  (див. рис. 3.9). Кількісною характеристикою поляризації діелектрика є поляризованість  $\vec{P}$  – дипольний електричний момент одиничного об'єму діелектрика:

$$\vec{P} = \frac{\sum \vec{p}_{ei}}{V}, \quad (3.23)$$

де  $\sum \vec{p}_{ei}$  – сума дипольних електричних моментів в об'ємі  $V$ .

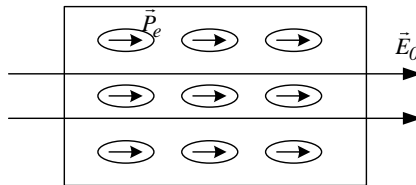


Рисунок 3.9

Дослідами встановлено, що поляризованість ізотропних діелектриків пропорційна сумарній напруженості поля. Для ізотропних діелектриків

$$\vec{P} = \chi \epsilon_0 \vec{E}, \quad (3.24)$$

де  $\chi$  – діелектрична сприйнятливість,  $\vec{E}$  – напруженість поля в діелектрику.

**Зв'язані заряди.** На поверхню діелектрика внаслідок поляризації виступають зв'язані заряди. Там, де лінії напруженості виходять з діелектрика, виступають позитивні заряди, а там, де входять, – негативні (див. рис. 3.10). Поверхнева густина зв'язаних зарядів визначається за формулою

$$\sigma' = P \cos \alpha = P_n, \quad (3.25)$$

де  $P_n$  – проекція вектора поляризованості на зовнішню нормаль до поверхні діелектрика. З урахуванням (3.24) формула (3.25) набуває вигляду

$$\sigma' = \chi \epsilon_0 E_n, \quad (3.26)$$

де  $E_n$  – проекція напруженості поля всередині діелектрика у безпосередній близькості до поверхні на зовнішню нормаль до поверхні. Формула (3.26) визначає не тільки величину  $\sigma$ , а також її знак.

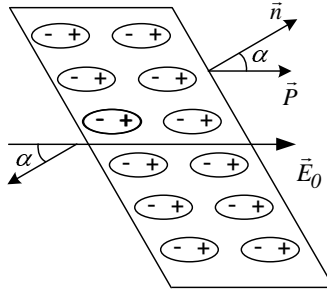


Рисунок 3.10

**Поле в діелектрику.** Згідно з принципом суперпозиції напруженість електричного поля всередині діелектрика складається з двох складових:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}', \quad (3.27)$$

де  $\vec{E}_0$  – напруженість зовнішнього поля,  $\vec{E}'$  – напруженість поля, створеного зв'язаними зарядами,  $E' = \sigma' / \epsilon_0$ , що виступили на поверхню діелектрика при його поляризації.

Вектор  $\vec{E}'$  завжди направлений протилежно вектору  $\vec{E}_0$ , тому в скалярному вигляді:

$$E = E_0 - E' = E - \frac{\sigma'}{\epsilon_0} < E_0, \quad (3.28)$$

тобто діелектрики завжди послаблюють електричне поле. Поляризація діелектрика обумовлена дією сумарного поля (3.28).

Із (3.27) і (3.28) з урахуванням (3.26) отримуємо

$$\epsilon_0 E_0 = \epsilon_0 \vec{E} + \chi \epsilon_0 \vec{E} = (1 + \chi) \epsilon_0 \vec{E} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E} \quad (3.29)$$

де величина  $\epsilon = 1 + \chi$  – відносна діелектрична проникність, яка показує у скільки разів напруженість електричного поля всередині діелект-

рика менша напруженості зовнішнього поля:  $\epsilon = E_0/E$ ;  $\epsilon \epsilon_0 \vec{E} = \vec{D}$ , де  $\vec{D}$  - вектор зміщення.

Із виразу (3.29) випливає, що вектор зміщення залишається однаковим як у вакуумі так і в середовищі, бо він визначається тільки вільними зарядами.

**Піро-, п'єзо-, сегнетоелектрики.** В деяких кристалах сумарний дипольний момент відмінний від нуля навіть при відсутності зовнішнього електричного поля. Про такі діелектрики кажуть, що вони мають спонтанну поляризованість. Є деякі діелектрики, в яких спонтанна поляризованість залежить від температури. При нагріванні або охолодженні цих діелектриків на їх поверхнях виникають заряди протилежного знаку, які можна виявити. Це явище називають піроелектрикою, а самі кристали - піроелектриками. Найвідомішим піроелектриком є турмалін П'єзоелектричний ефект полягає в появі електричного заряду на гранях кристала при прикладенні механічного напруження. Це так званий прямий ефект. Існує і *зворотний* ефект, який полягає в тому, що під дією прикладеного до зразка кристала електричного поля відбувається механічна деформація Сегнетоелектрики є окремим випадком піроелектриків, але на відміну від останніх спонтанна поляризація існує в них лише в певному інтервалі температур. Вище ж деякої характерної для даного сегнетоелектрика температури (яка називається температурою Кюрі) спонтанна поляризація зникає.

### 3.3 Провідники в зовнішньому електричному полі

**Умови рівноваги зарядів на провіднику.** Провідники відрізняються від діелектриків наявністю в них великої кількості вільних електронів. Ці електрони можуть рухатися у металі вільно під дією електричного поля, але вони не можуть покинути провідник. У випадку дії електростатичного поля на провідник електрони рухаються до тих пір, поки не розмістяться вздовж його поверхні так, що всередині провідника електричне поле стане рівним нулю. Отже, однією з умов рівноваги зарядів на провіднику є рівність нулю напруженості електричного поля всередині провідника:

$$E = 0. \quad (3.30)$$

Із рівняння (3.18) і умови (3.30) випливає, що  $\nabla\phi = 0$ , це означає, що всередині провідника  $\phi = const.$ , тобто увесь об'єм провідника включаючи його поверхню-еквіпотенціальні. Тоді, виходячи з умов ортогональності еквіпотенціальних ліній і ліній напруженості можна стве-

рджувати, що поле на поверхні провідника буде мати відмінну від нуля тільки нормальну складову

$$E = E_n, \quad (3.31)$$

що і є другою умовою рівноваги зарядів.

Тобто всередині провідника поле відсутнє, а на поверхні направлене вздовж нормалі до поверхні.

**Розподіл зарядів у провіднику.** Якщо провіднику надати заряд, то він розподілиться на ньому так, щоб виконувалися дві вище наведені умови рівноваги зарядів.

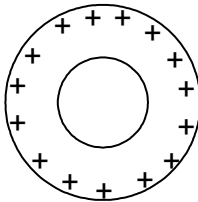


Рисунок 3.11

Густина заряду зростає зі збільшенням позитивної кривизни поверхні (опуклості) і зменшується при збільшенні негативної кривизни (ввігнутості).

**Провідник у зовнішньому електричному полі.** При внесенні незарядженого провідника в електричне поле носії заряду в провіднику приходять в рух. На кінцях провідника накопичуються заряди протилежних знаків, які називаються індукованими зарядами (див. рис. 3.12). Перерозподіл зарядів закінчується тоді, коли будуть виконані обидві умови рівноваги зарядів на провіднику.

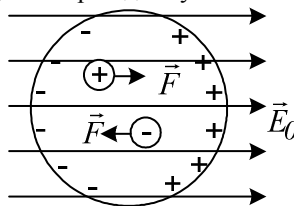


Рисунок 3.12

Індуковані заряди розподіляються на зовнішній поверхні провідника, а поле всередині провідника дорівнює нулю, тому що поле індукованих зарядів компенсує всередині провідника зовнішнє поле. Це твердження залишається справедливим і для порожнистого провідника. На цьому базується електростатичний захист, тобто захист певних місць простору від електричних полів.

**Електроємність провідника.** Величина, що характеризується здатністю провідника накопичувати електричні заряди, називається електроємністю:

$$C = \frac{q}{\varphi}, \quad (3.32)$$

де  $q$  – заряд на провіднику;  $\varphi$  – потенціал провідника, тобто потенціал електричного поля в точці на поверхні провідника. З умови рівноваги зарядів на провіднику випливає, що потенціали всіх точок на поверхні провідника однакові.

При одному й тому ж потенціалі провідника чим більше його електроємність, тим більший заряд накопичений на провіднику. Електроємність провідника залежить від форми, розмірів провідника і електричних властивостей середовища, що оточує провідник (відносної діелектричної проникності). Для сферичного провідника

$$C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 R, \quad (3.33)$$

де  $R$  – радіус сфери;  $\epsilon$  – відносна діелектрична проникність середовища.

**Конденсатори.** Усамітнені провідники мають малу електроємність. Навіть куля розмірів Землі має електроємність близько 700 мкФ. Для накопичення зарядів служать конденсатори – *пристрої, які при невеликому потенціалі накопичують значні за величиною заряди*. Будова конденсатора базується на тому, що електроємність провідника зростає при наближенні до нього інших тіл. Провідники, що утворюють конденсатор (обкладки), повинні мати таку форму, щоб електричне поле було зосереджене між ними. Тоді наближення зовнішніх тіл не впливає на електроємність конденсатора. Можливі тільки три таких форми обкладинок і три типи конденсаторів: плоско - паралельні, циліндричні й сферичні.

Електроємність конденсатора визначається за формулою

$$C = \frac{|q|}{U}, \quad (3.34)$$

де  $q$  – заряд однієї з обкладок,  $U$  – різниця потенціалів між обкладками. Для плоского конденсатора

$$C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d}, \quad (3.35)$$

де  $S$  – площа обкладки;  $d$  – відстань між обкладками;  $\epsilon$  – відносна діелектрична проникність середовища між обкладками.

**Електроємність батарей конденсаторів.**

а) При паралельному з'єднанні ( рис. 3.13)

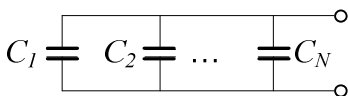
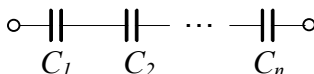


Рисунок 3.13

$$C = \sum_{i=1}^N C_i. \quad (3.36)$$

б) При послідовному з'єднанні ( рис. 3.14)



$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i}. \quad (3.37)$$

Рисунок 3.14

### **Енергія зарядженого провідника**

$$W = \frac{1}{2} q\varphi = \frac{q^2}{2C} = \frac{C\varphi^2}{2}, \quad (3.38)$$

де  $q$  – заряд провідника;  $\varphi$  – потенціал провідника;  $C$  – електроємність провідника. Енергія зарядженого провідника накопичується в електричному полі навколо провідника.

### **Енергія зарядженого конденсатора:**

$$W = \frac{1}{2} qU = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2}, \quad (3.39)$$

де  $q$  – заряд на одній з обкладок;  $U$  – різниця потенціалів між обкладками;  $C$  – електроємність конденсатора. Носієм енергії зарядженого конденсатора є електричне поле між обкладками конденсатора.

**Енергія електричного поля.** Густина енергії електричного поля, тобто енергія в одиниці об'єму електричного поля визначається за формулою

$$w = \frac{W}{V} = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{d} \quad (\text{Дж/м}^3), \quad (3.40)$$

де  $\epsilon$  – відносна діелектрична проникність середовища, в якому утворене електричне поле;  $E$  – напруженість електричного поля. Густина енергії електричного поля пропорційна квадрату напруженості електричного поля.

## ЧАСТИНА 2

# ЕЛЕКТРОДИНАМІКА, КОЛИВАННЯ І ХВИЛІ, ОПТИКА, КВАНТОВА МЕХАНІКА

## 4. ЕЛЕКТРОДИНАМІКА

### 4.1 Постійний електричний струм

Упорядкований рух електричних зарядів називається електричним струмом. За напрямком струму приймається напрямок переміщення позитивних зарядів.

**Сила струму.** Середня сила струму за час  $\Delta t$

$$I_{\text{ср}} = \frac{\Delta q}{\Delta t}, \quad (4.1)$$

де  $\Delta q$  – заряд, що проходить через поперечний переріз провідника за час  $\Delta t$ .

Миттєве значення сили струму:

$$I = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}, \quad (4.2)$$

Одиниця струму: 
$$\left( 1A = \frac{1 \text{ Кл}}{1 \text{ с}} \right). \quad (4.3)$$

**Густина струму.** При нерівномірному розподілі зарядів вздовж поперечного перерізу провідника, що проходять через нього, вводиться поняття густини струму:

$$j = \frac{dI}{dS}, \quad (4.4)$$

де  $dS$  – елементарна площадка, перпендикулярна напрямку протікання струму. Знаючи густину струму  $j$ , можна визначити силу струму

$$I = \int_S j_n dS, \quad (4.5)$$

де  $j_n = j \cos \alpha$  – проекція вектора густини струму на нормаль до поверхні  $S$  у кожній точці поверхні.

**Електрорушійна сила джерела (ЕРС) струму.** Сили електричного поля здатні переміщувати позитивні заряди від точок з більшим потенціалом до точок з меншим потенціалом.



У замкненому колі поряд з ділянками із зменшенням потенціалу мають бути ділянки із зростанням потенціалу. На ділянках із зростанням потенціалу переміщення позитивних зарядів можливе за допомогою тільки неелектричних (сторонніх) сил.

*Сила будь-якої природи, яка може переміщувати позитивний заряд у напрямку зростання потенціалу, відноситься до класу сторонніх сил.* Сторонні сили можна характеризувати роботою з переміщення одиничного позитивного заряду. Ця величина називається електрорушійною силою і дорівнює

$$E = A^{cm} / q, \quad (1 \text{ Дж/кл} = 1 \text{ В}). \quad (4.6)$$

Сторонні сили діють у джерелах струму і переміщують позитивні заряди від меншого потенціалу (від мінуса) до більшого (до плюса).

**Закон Ома для ділянки кола.** Сила струму на ділянці кола прямо пропорційна падінню напруги на ділянці і обернено пропорційна електричному опору ділянки кола

$$I = \frac{U}{R}. \quad (4.7)$$

Для провідників електричний опір визначається за формулою

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (4.8)$$

де  $\rho$  – питомий опір провідника;  $l$  – довжина провідника;  $S$  – площа поперечного перерізу провідника.

**Напруга.** Розглянемо ділянку кола, яка має ЕРС (див. рис. 4.1).

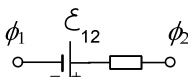


Рисунок 4.1

Повна робота  $A_{I2}$  з переміщення заряду  $q$  по ділянці кола складається з роботи сторонніх сил у джерелі струму і роботи електричних сил поза джерелом струму

$$A_{I2} = A_{I2}^{el} + A_{I2}^{cm}. \quad (4.9)$$

Поділимо формулу (4.9) на заряд  $q$ , що переміщується по ділянці, і введемо такі величини:  $U_{I2} = A_{I2} / q$  – напруга на ділянці кола,  $\phi_1 - \phi_2 = A_{I2}^{el} / q$  – різниця потенціалів на ділянці кола,  $E_{I2} = A_{I2}^{cm} / q$  – ЕРС ділянки кола. В результаті формулу (4.9) можна переписати у вигляді

$$U_{I2} = (\phi_1 - \phi_2) + E_{I2}.$$

Таким чином, напруга на ділянці кола дорівнює алгебраїчній сумі різниці потенціалів і ЕРС. Якщо напрямок дії джерела струму збігається з напрямком струму, то  $E_{I2} > 0$ , а якщо не збігається, то  $E_{I2} < 0$ .

Закон Ома (4.7) можна записати у диференціальній формі:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}, \quad (4.10)$$

де  $\vec{j}$  – вектор густини струму;  $\vec{E}$  – напруженість електричного поля в провіднику;  $\sigma = 1/\rho$  – електропровідність провідника.

**Питомий опір** більшості металевих провідників залежить від температури за формулою

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha \cdot t), \quad (4.11)$$

де  $\rho_0$  – питомий опір за температури  $t = 0^\circ \text{C}$ ,  $\alpha$  – температурний коефіцієнт опору. При кімнатних температурах  $\rho$  змінюється прямо пропорційно абсолютній температурі  $T = t^\circ \text{C} + 273$ .

**Закон Джоуля.** При протіканні струму вздовж провідника останній нагрівається, тобто виділяється теплота. Ця теплота називається джоулевою теплотою, оскільки визначається за законом Джоуля. Для постійного струму закон Джоуля

$$Q = I^2 R \Delta t,$$

де  $I$  – сила постійного струму;

$R$  – опір провідника;

$\Delta t = t_2 - t_1$  – час протікання струму.

Для струму, змінного в часі,

$$Q = \int_{t_1}^{t_2} I^2 R dt, \quad (4.12)$$

**Правила Кірхгофа.** Розгалужені електричні кола легко розрахувати за допомогою двох правил Кірхгофа.

Перше правило. Алгебраїчна сума струмів у вузлі, дорівнює нулю

$$\sum I_k = 0.$$

Вузол – це точка розгалуження електричного кола, де сходяться більше двох провідників. Струми, що входять у вузол, беруть зі знаком плюс, а ті що виходять – із знаком мінус.

Друге правило. При обході замкненого контура алгебраїчна сума падінь напруги (добутків струмів на опори) дорівнює алгебраїчній сумі ЕРС, які діють у цьому контурі:

$$\sum I_k R_k = \sum E_k.$$

**Електричний струм у газах (газовий розряд)** можливий лише при наявності носіїв заряду – вільних електронів, позитивних чи негативних іонів. Ці заряджені частинки утворюються при іонізації газу – процесу відриву електронів від нейтральних атомів, що відбувається під дією іонізаторів – високої температури, ультрафіолетового, рентгенівського або радіоактивного випромінювання, тощо.

Одночасно з процесом іонізації в газі відбувається зворотний процес - *рекомбінації*, тобто об'єднання заряджених частинок у нейтральні атоми чи молекули. За звичай інтенсивність рекомбінації пропорційна інтенсивності іонізації: чим більше за одиницю часу з'являється іонів і вільних електронів, тим більше утворюється з них нейтральних атомів і молекул.

*Несамостійний розряд* утворюється зовнішніми іонізаторами і протікає лише при наявності їх дії. При малих напругах між катодом і анодом струм тече невеликий і розряд називається *тихим*. В цьому випадку кількість пар іонів протилежного знаку, що з'являються за одиницю часу, дорівнює кількості пар, що рекомбінують за той же час, сила струму залежить тільки від швидкості іонів, яка пропорційна напруженості поля  $\vec{E}$ , тобто виконується закон Ома (4.10). При досягненні напругою певної межі, іони, що виникають, не встигають рекомбінувати і захоплюються електродами, внаслідок чого струм припиняє зростати і досягає насичення. Величина струму насичення визначається тільки потужністю іонізатора й не змінюється до тих пір, поки вже саме

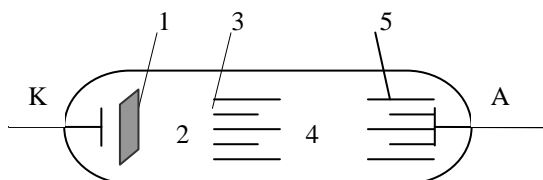


Рисунок 4.2

електричне поле не почне розганяти іони й електрони до швидкостей, здатних іонізувати газ, що призводить до зростання струму, при якому тихий розряд переходить у *лавинний несамостійний розряд*.

*Самостійний розряд* починається при досягненні напругою величини  $U_z$  (напруга *запалювання* або *пробою*). Газ починає світитися, і розряд протікає у відсутності первісного іонізатора як тліючий, дуговий, високочастотний, коронний, іскровий розряди.

*Тліючий розряд* протікає при низькому тиску  $\sim 10$  Па і має вигляд, зображений на рисунку 4.2. Основні області розряду: 1 - перше катодне свічення або катодна плівка, 2 - катодний темний простір, 3 - тліюче свічення, 4 - фарадєїв темний простір, 5 - позитивний стовп світлого іонізованого газу. Для підтримки розряду необхідні лише катодний темний простір і тліюче свічення, а позитивний стовп може бути скороченим, тоді, як довжина катодного темного простору 2 і тліючого свічення 3 залишаються незмінними. В областях 1–4 відбувається різке падіння напруги. У катодному темному просторі

сильно прискорюються електрони і позитивні іони, які вибивають з катода вторинні електрони.

#### 4.2. Магнітне поле у вакуумі

Електричні струми взаємодіють між собою. Електричний струм створює в навколишньому середовищі магнітне поле, яке діє на інший провідник із струмом, внесений в це поле.

*Магнітне поле – це форма матерії, що породжується рухомими зарядами і діє на рухомі заряди.*

**Магнітна індукція** є основною характеристикою магнітного поля. Для вимірювання індукції магнітного поля застосовується контур із струмом малих розмірів (*пробний контур*). Контур зі струмом характеризується *магнітним моментом*  $\vec{p}_m$ , який визначається за формулою

$$\vec{p}_m = I S \vec{n}, \quad (4.13)$$

де  $I$  – сила струму у контурі;

$S$  – площа, яку охоплює контур;

$\vec{n}$  – одинична позитивна нормаль, орієнтація якої у просторі пов'язана з напрямком струму в контурі правилом правого гвинта (див. рис. 4.3).

При внесенні контура зі струмом у магнітне поле на нього діє обертальний момент  $\vec{M}$ , під дією якого контур повертається й займає рівноважне положення. *Відношення максимального обертального моменту сил, який діє на контур із струмом, до магнітного моменту контура, є силовою характеристикою магнітного поля у точці, де знаходиться пробний контур, і називається магнітною індукцією*

$$\vec{B} = \frac{M_{\max}}{p_m} \vec{n}_{\text{рівнов}}.$$

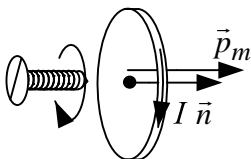


Рисунок 4.3

Напрямок вектора  $\vec{B}$  визначається рівноважним положенням позитивної нормалі до контура  $\vec{n}_{\text{рівнов}}$ . Одиницею вимірювання магнітної індукції в системі СІ є 1 Тесла (Тл).

**Потік вектора магнітної індукції.** Магнітне поле заведено зображати за допомогою ліній магнітної індукції. Потік  $\Phi$  вектора магнітної індукції  $\vec{B}$  визначається числом ліній магнітної індукції, що перетинають поверхню  $S$

$$\Phi = \int_S B_n ds, \quad (4.14)$$

де  $B_n$  – проекція вектора магнітної індукції  $\vec{B}$  на нормаль в кожній точці поверхні інтегрування  $S$ . Одиницею вимірювання магнітного потоку в системі СІ є 1 Вебер (Вб)=1 Тл·м<sup>2</sup>.

Для однорідного магнітного поля (вектор  $\vec{B}$  у всіх точках поля однаковий за величиною та напрямком) потік вектора  $\vec{B}$  через плоску поверхню площею  $S$  визначається формулою

$$\Phi = B S \cos \alpha = B_n S,$$

де  $\alpha$  – кут між вектором магнітної індукції  $\vec{B}$  і нормаллю до площини.

**Теорема Гауса для вектора магнітної індукції** стверджує: *потік вектора магнітної індукції через замкнену поверхню  $S$  дорівнює нулю*

$$\Phi = \oint_S B_n ds = 0. \quad (4.15)$$

Цей результат є наслідком того, що лінії магнітної індукції завжди замкнені. Отже, будь-яку замкнену поверхню кожна лінія буде перетинати двічі: одного разу в одному напрямку, другого -в протилежному і результуючий потік індукції буде дорівнювати нулю.

**Закон Біо-Савара-Лапласа** визначає магнітну індукцію елемента струму  $d\vec{l}$ , тобто малої ділянки провідника зі струмом довжиною  $dl$ , напрямком якої збігається з напрямком струму:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}, \quad (4.16)$$

де  $\vec{r}$  – радіус-вектор, який проведено з *елемента струму*  $d\vec{l}$  у точку спостереження;  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м – магнітна стала (див. рис. 4.4). У скалярній формі:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl \sin \alpha}{r^2}$$

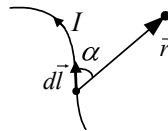


Рисунок 4.4

де  $\alpha$  – кут між векторами  $d\vec{l}$  і  $\vec{r}$ .

**Поле прямого струму.** Для магнітного поля виконується принцип суперпозиції

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \dots \vec{B}_N,$$

тобто *індукція системи струмів дорівнює векторній сумі полів створених кожним струмом окремо.*

Розбиваючи провідник на елементи струму і використовуючи закон Біо-Савара-Лапласа і принцип суперпозиції, можна визначити магнітну індукцію будь-якого провідника зі струмом. Для прямого нескінченно довгого провідника зі струмом в результаті отримаємо формулу для індукції

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r},$$

де  $r$  – відстань від струму до точки спостереження. Лінії магнітної індукції прямого провідника зі струмом являють собою концентричні кола (див. рис. 4.5).

Для обмеженого за довжиною прямолінійного провідника зі струмом індукція визначається формулою

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r} (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2), \quad (4.17)$$

де  $\alpha_1$  і  $\alpha_2$  – кути між провідником і радіус-векторами, відповідно,  $\vec{r}_1$  і  $\vec{r}_2$ , що проведені з точок спостереження у кінці провідника (див. рис. 4.6).

При  $\alpha_1 \rightarrow 0$  і  $\alpha_2 \rightarrow 0$  (тобто при переході до необмеженого провідника) формула (4.17) переходить у формулу (4.16) для нескінченно довгого провідника.

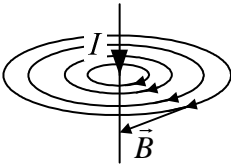


Рисунок 4.5

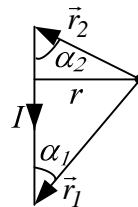


Рисунок 4.6

**Циркуляція вектора магнітної індукції** – це інтеграл уздовж замкнутого контура  $L$ :  $\oint_L B_l dl$ ,

де  $B_l$  – проекція вектора  $\vec{B}$  на елементарну ділянку інтегрування  $d\vec{l}$ , тобто на напрямок дотичної в кожній точці контуру (див. рис. 4.7).

Якщо контур інтегрування  $L$  охоплює кілька струмів, (див. рис. 4.8), то циркуляція вектора магнітної індукції  $\vec{B}$  дорівнює добутку магнітної сталої  $\mu_0$  на алгебраїчну суму струмів, що охоплюються контуром інтегрування:

$$\oint_L \vec{B}_l d\vec{l} = \mu_0 \sum_{k=1}^N I_k. \quad (4.18)$$

Позитивними у формулі (4.18) вважаються струми, напрямки яких пов'язаний з напрямком інтегрування правилом правого гвинта. Формула (4.18) має назву *закону повного струму*.

**Поле соленоїда.** Соленоїдом називають котушку, діаметр якої набагато менший за її довжину. Використовуючи формулу (4.18) для циркуляції вектора магнітної індукції  $\vec{B}$ , легко отримати формулу для індукції магнітного поля всередині нескінченно довгого соленоїда.

$$B = \mu_0 n I, \quad (4.19)$$

де  $n$  – кількість витків, що припадають на одиницю довжини соленоїда. Зовні соленоїда  $B=0$ .

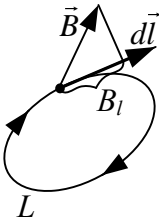


Рисунок 4.7

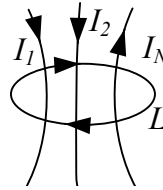


Рисунок 4.8

Таким чином, магнітне поле нескінченно довгого соленоїда однорідне і повністю зосереджене всередині соленоїда.

Для обмеженого соленоїда лінії індукції магнітного поля замикаються через вільний простір. Всередині соленоїда магнітне поле практично однорідне і добре описується формулою (4.19). Однорідність поля порушується тільки поблизу кінців соленоїда.

### 4.3 Взаємодія струмів і заряджених частинок з магнітним полем

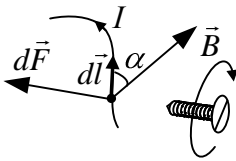
**Сила Ампера** – це сила, що діє на елемент струму  $d\vec{l}$  у магнітному полі

$$d\vec{F}_A = I d\vec{l} \times \vec{B}. \quad (4.20)$$

Або в скалярному вигляді

$$dF_A = I B dl \sin \alpha ,$$

де  $\alpha$  – кут між векторами  $\vec{B}$  і  $d\vec{l}$  (див. рис. 4.9).



Для провідника із струмом кінечної довжини, який знаходиться в однорідному полі  $\vec{B} = \text{const}$ .

$$F_A = I B l \sin \alpha .$$

Рисунок 4.9

**Сила Лоренца** – це сила, що діє на рухоми заряджену частинку у магнітному полі. Вона визначається формулою

$$\vec{F}_L = q \vec{v} \times \vec{B} ;$$

або в скалярному вигляді

$$F_L = q v B \sin \alpha ,$$

де  $\alpha$  – кут між векторами  $\vec{B}$  і  $\vec{v}$  (див. рис. 4.10).

Оскільки  $\vec{F}_L \perp \vec{B}$ , то сила Лоренца роботи не виконує і чисельного значення швидкості змінити не може. Вона змінює тільки напрям вектора швидкості.

**Контур із струмом у магнітному полі.** Якщо вносять у магнітне поле контур із струмом, то з боку поля на контур діє обертальний момент (див. рис. 4.11)

$$\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B} ;$$

або у скалярному вигляді

$$M = p_m B \sin \alpha ,$$

де  $\vec{p}_m$  – вектор магнітного моменту контуру зі струмом;

$\vec{B}$  – вектор магнітної індукції;

$\alpha$  – кут між векторами  $\vec{B}$  і  $\vec{p}_m$ .

Під дією обертального моменту  $\vec{M}$  контур повертається і встановлюється своїм магнітним моментом  $\vec{p}_m$  уздовж вектора магнітної індукції  $\vec{B}$ .



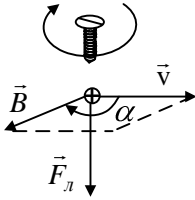


Рисунок 4.10

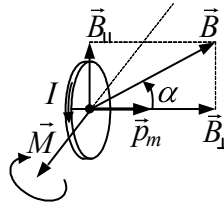


Рисунок 4.11

#### 4.4 Магнітне поле у речовині

**Намагнічування речовини.** Будь-яка речовина є *магнетиком*, тобто здатна під дією магнітного поля набувати магнітного моменту (намагнічуватися). Намагнічена речовина утворює власне магнітне поле з індукцією  $\vec{B}'$ , яка накладається на утворене *сторонніми* струмами магнітне поле з індукцією  $\vec{B}_0$ . У результаті індукція магнітного поля в речовині

$$\vec{B} = \vec{B}' + \vec{B}_0.$$

Намагнічування магнетика характеризується намагніченістю  $\vec{J}$  – магнітним моментом одиниці об'єму

$$J = \frac{\sum \vec{p}_{m_i}}{\Delta V},$$

де  $\vec{p}_{m_i}$  – магнітні моменти окремих молекул, що знаходяться в об'ємі  $\Delta V$ .

**Гіпотеза Ампера.** Для пояснення намагнічування тіл Ампер припустив, що в молекулах циркулюють молекулярні струми з магнітними моментами  $\vec{p}_{m_i}$ . Внаслідок хаотичної орієнтації магнітних моментів окремих молекул, магнітний момент тіла за відсутності зовнішнього магнітного поля дорівнює нулю (див. рис. 4.12, а).

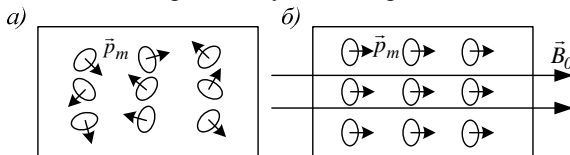


Рисунок 4.12

Під впливом зовнішнього магнітного поля з індукцією  $\vec{B}_0$  магнітні моменти молекул встановлюються вздовж зовнішнього магнітного поля (див. рис. 4.12, б). Речовина стає намагніченою, тобто її сумарний магнітний момент молекул стає відмінним від нуля. Молекулярні струми намагніченої речовини утворюють власне магнітне поле з індукцією  $\vec{B}'$ .

**Опис поля у магнетиках.** Циркуляція вектора  $\vec{B}$  у речовині записується у вигляді

$$\int_L B_l dl = \mu_0 (\sum I)_L + \mu_0 (\sum I_M)_L, \quad (4.21)$$

де  $(\sum I)_L$  – сума відомих макроскопічних струмів у провідниках, що охоплюються контуром інтегрування  $L$  і утворюють зовнішнє магнітне поле з індукцією  $\vec{B}_0$ ;  $(\sum I_M)_L$  – сума невідомих мікроскопічних струмів молекул, що охоплюються контуром інтегрування  $L$  і утворюють магнітне поле намагніченої речовини  $\vec{B}'$ .

У формулі (4.21), щоб визначити індукцію  $\vec{B}$  магнітного поля у речовині, треба знати молекулярні струми  $\sum I_M$ , а щоб визначити молекулярні струми, в свою чергу, треба знати індукцію  $\vec{B}$  поля в речовині. Виникає замкнене коло. Це свідчить про те, що тільки однієї індукції  $\vec{B}$  для опису поля у речовині недостатньо. Потрібно ввести ще одну величину, яка пов'язана з індукцією  $\vec{B}$ , але визначається тільки через відомі макроскопічні струми.

Суму струмів молекул, що стоїть в правій частині (4.21) можна виразити через вектор  $\vec{J}$ . Тоді вираз (4.21) перепишеться у вигляді

$$\int_L \left( \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} \right) d\vec{l} = (\sum I)_L.$$

Величина

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J},$$

називається вектором напруженості магнітного поля, для якого циркуляція дорівнює

$$\oint_L H_l dl = \sum I, \quad (4.22)$$

тобто визначається тільки відомими макроскопічними струмами  $\sum I$  у провідниках.

У вакуумі намагніченість  $\vec{J} = 0$ ;  $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ .

У речовині, як показує дослід, для всіх речовин  $\vec{J} = \chi \vec{H}$ , де  $\chi$  – магнітна сприйнятливість речовини.

Тоді в речовині  $\vec{B} = \mu_0(1 + \chi)\vec{H}$ .

Вводячи відносну *магнітну проникність* речовини

$$\mu = 1 + \chi,$$

отримаємо зв'язок між індукцією  $\vec{B}$  і напруженістю  $\vec{H}$  у речовині.

$$\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}.$$

Відносна магнітна проникність

$$\mu = \frac{B}{B_0} \quad (4.23)$$

показує, у скільки разів індукція  $\vec{B}$  магнітного поля в речовині більша за індукцію  $\vec{B}_0$  у вакуумі. На цьому засноване вимірювання відносної магнітної проникності.

**Види магнетиків.** Залежно від відносної магнітної проникності  $\mu$  речовини розділяються на три групи:

- 1)  $\mu = \text{const} < 1$  – діамагнетики;
- 2)  $\mu = \text{const} > 1$  – парамагнетики;
- 3)  $\mu \gg 1$  – феромагнетики.

**Діамагнетики** – це речовини, атоми яких не мають власного магнітного моменту ( $\vec{p}_m = \vec{0}$ ). Під дією зовнішнього магнітного поля відбувається прецесія (обертання навколо вектора магнітної індукції  $\vec{B}$ ) електронних орбіт, що призводить до виникнення індукційних  $\vec{p}_i$  магнітних моментів атомів, спрямованих проти зовнішнього поля  $\vec{B}_0$ . В наслідок цього утворюється магнітне поле  $\vec{B}'$  всередині намагніченої речовини, яке направлене назустріч зовнішньому. У результаті поле в речовині

$$B = B_0 - B' < B_0, \quad \mu < 1.$$

**Парамагнетики.** Якщо магнітний момент атомів  $\vec{p}_m$  відмінний від нуля, речовина називається парамагнетиком. Зовнішнє магнітне поле  $\vec{B}_0$  намагається встановити магнітні моменти атомів уздовж  $\vec{B}_0$ . Виникає позитивний магнітний момент речовини, більший за негати-

вний індукційний. Результуючий магнітний момент речовини позитивний, тобто направлений уздовж зовнішнього поля  $\vec{B}_0$ . В результаті поле в речовині

$$B=B_0+B' > B_0, \quad \mu > 1.$$

**Феромагнетики** – це речовини, які здатні залишатися намагніченими навіть за відсутності зовнішнього магнітного поля (залізо, нікель, кобальт та ін.).

Намагніченість  $J$  феромагнетиків залежить від напруженості  $H$  магнітного поля у речовині (див. рис. 4.13). Із збільшенням напруженості  $H$  намагніченість  $J$  феромагнетика зростає, а потім стає незмінною. Наступає стан насичення феромагнетика. Внаслідок того, що  $\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{J})$ , аналогічно поводить себе індукція магнітного поля у феромагнетиків (див. рис. 4.14, а). При досягненні насичення

$B = \mu_0 H + const$ , де  $const = \mu_0 J_{нас}$ , і індукція слабко зростає із збільшенням напруженості. Графік залежності  $B = f(H)$  називається кривою намагнічування феромагнетика. Якщо на кривій намагнічування взяти точку і провести через неї пряму з початку координат, то тангенс кута нахилу цієї прямої

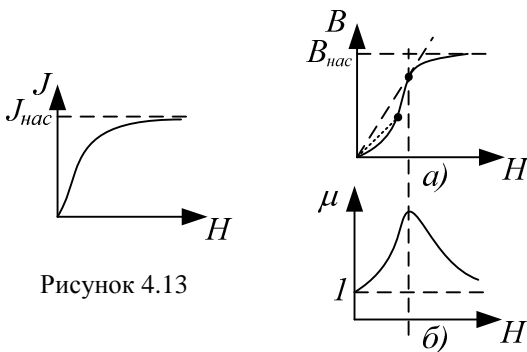


Рисунок 4.13

Рисунок 4.14

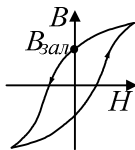


Рисунок 4.15

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{B}{H} = \mu \mu_0,$$

де  $\beta$  – кут між віссю  $H$  і проведеною з початку координат до точки на графіку функції  $B(H)$  хорди (див. рис. 4.14, а). Тобто відносна магнітна проникність феромагнетика змінюється при зміні  $H$  (див. рис. 4.14, б). Максимальне значення  $\mu$  досягається у точці, де хорда перетворюється на дотичну при русі точки вздовж кривої намагнічування.

Крім нелінійної залежності  $J$  від  $H$  у феромагнетиках спостерігається явище гістерезису. При циклічних перемагнічуваннях феромагнетика, залежність  $B$  від  $H$  має форму петлі (див. рис. 4.15). За один цикл перемагнічування точка  $B=f(H)$  обходить один раз петлю проти годинникової стрілки.

При  $H = 0$  (феромагнетик вилучено з магнітного поля) феромагнетик має залишкову індукцію  $B_{\text{зал}}$ , що робить можливим утворення постійних магнітів.

Природа феромагнетизму полягає в його доменній структурі. При певних умовах у кристалі виникають сили, що примушують магнітні моменти електронів вишиковуватися паралельно один одному. У результаті виникають області спонтанного намагнічування. Розміри доменів  $\sim 10^{-4} \div 10^{-3}$  см.

При вилученні феромагнетиків з магнітного поля часткова орієнтація доменів зберігається, в результаті чого й спостерігається залишкова індукція.

При нагріванні феромагнетиків при певній для кожного феромагнетика температурі внаслідок теплового руху домени руйнуються і феромагнетик перетворюється на парамагнетик. Температура, при якій відбувається це явище називається точкою Кюрі ( $T_C$ ). Для заліза  $T_C = 768^\circ\text{C}$ , для нікелю  $T_C = 365^\circ\text{C}$ .

## 4.5 Електромагнітна індукція

**Закон електромагнітної індукції. Правило Ленца.** Явище електромагнітної індукції полягає в тому, що в будь-якому замкненому контурі виникає ЕРС індукції і електричний струм, який називається індукційним струмом (див. рис. 4.16).

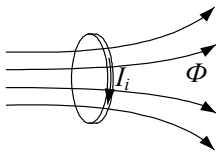


Рисунок 4.16

Величина індукційного струму, а отже і ЕРС індукції не залежать від того, яким способом відбувається зміна магнітного потоку, і визначається лише швидкістю його зміни

$$\xi_i = - \frac{d\Phi}{dt} . \quad (4.24)$$

Формула (4.24) має назву закону електромагнітної індукції.

Напрямок індукційного струму визначається за правилом Ленца: *індукційний струм завжди направлений так, що своїм магнітним полем протидіє зміні магнітного потоку, який його спричинив.*

При зростанні магнітного потоку через контур силові лінії поля індукційного струму направлені назустріч лініям магнітної індукції зовнішнього поля, при зменшенні магнітного потоку – у той самий бік. Нагадаємо, що напрямок індукційного струму пов'язаний з напрямком ліній його магнітної індукції правилом правого свердлика. Якщо контур складається з  $N$  витків, що з'єднані послідовно, то ЕРС індукції дорівнює:

$$\xi_i = \frac{d\psi}{dt} ,$$

де  $\psi = \sum_{i=1}^N \Phi_i$  – повний магнітний потік через контур, який дорівнює сумі магнітних потоків через усі витки контура. Якщо всі витки однакові, то  $\psi = N\Phi$ , де  $\Phi$  – магнітний потік, що пронизує один виток.

Індукційні струми, що збуджуються у масивних суцільних провідниках змінними магнітними полями, називаються *вихровими*. Якщо опір масивних провідників малий, то вихрові струми можуть досягати значних величин. Для зменшення вихрових струмів осердя трансформаторів, генераторів набирають з тонких ізольованих одна від одної пластин.

**Індуктивність.** Магнітний потік, що утворюється контуром, пропорційний силі струму, який тече в контурі:

$$\psi = L I .$$

Коефіцієнт пропорційності  $L$  називається *індуктивністю контура*. Індуктивність характеризує здатність контура утворювати магнітний потік. Індуктивність контура залежить від форми, розмірів контура і магнітних властивостей середовища, що оточує контур.

Одиниця вимірювання індуктивності 1 Генрі (Гн) – це індуктивність контура, який при силі струму в 1 Ампер утворює магнітний потік у 1 Вебер (Вб).

Індуктивність соленоїда визначається за формулою

$$L = \mu \mu_0 n^2 V ,$$

де  $n = N/l$  – кількість витків, що припадають на одиницю довжини соленоїда;

$V$  – об'єм соленоїда.

**Самоіндукція.** Електричний струм, що тече в контурі, утворює магнітний потік  $\Psi$ , який пронизує цей контур. При зміні струму буде змінюватися і магнітний потік і, отже, в контурі буде виникати ЕРС індукції. Це явище називається *самоіндукцією*. ЕРС самоіндукції за відсутності феромагнетиків визначається за формулою

$$\xi_L = -L \frac{dI}{dt} .$$

Напрямок струму самоіндукції, як і індукційного струму, визначається за правилом Ленца. При збільшенні струму в контурі струм самоіндукції направлений йому назустріч, а при зменшенні – у той самий бік.

**Енергія магнітного поля.** Магнітне поле як форма матерії є носієм енергії. Енергія магнітного поля контура із струмом визначається формулою

$$W_m = \frac{LI^2}{2} .$$

Густина енергії  $w = W/V$ , тобто енергія магнітного поля, зосереджена в одиниці об'єму, визначається формулою

$$w_m = \frac{\mu \mu_0 H^2}{2} = \frac{HB}{2} . \quad (4.25)$$

## 5. КОЛИВАННЯ І ХВИЛІ

*Коливальними називаються процеси, які періодично повторюються в часі і при яких фізична величина, що характеризує коливальний процес, відхиляючись від нульового значення, знову і знову повертається до нього.*

Залежно від фізичної природи розрізняють коливання механічні, електромагнітні, електромеханічні та ін.

В коливальному процесі може змінюватись, наприклад, координата  $x$ , кут відхилення від положення рівноваги  $\varphi$ , електричний заряд на пластинах конденсатора  $q$ , тощо (див. рис. 5.1).

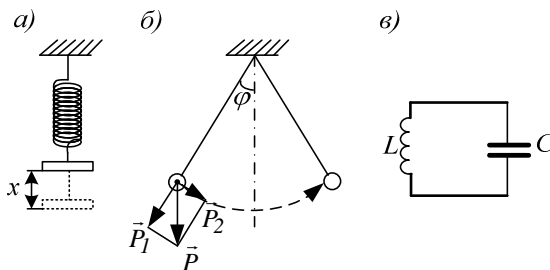


Рисунок 5.1

## 5.1 Вільні незгасаючі коливання

**Вільні механічні коливання.** Механічною коливальною системою називається система, в якій діє *квазіпружна (повертаюча)* сила

$$F = -kx, \quad (5.1)$$

де  $x$  – зміщення тіла від положення рівноваги;

$k$  – коефіцієнт пропорційності.

Знак мінус у формулі (5.1) означає, що повертаюча сила завжди направлена до положення рівноваги. Для пружинного маятника (рис. 5.1, а) повертаючою силою є сила пружності, а коефіцієнт  $k$  являє собою коефіцієнт пружності пружини. Оскільки в системі діє одна сила (силами тертя нехтуємо), згідно з другим законом Ньютона:  $ma = -kx$ .

За визначенням

$$a = \frac{dV}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}, \quad (5.2)$$

і рівняння руху (5.2) можна привести до вигляду

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0, \quad (5.3)$$

де-  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$  - власна частота коливальної системи - пружинного маятника. Відповідно період вільних коливань

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Розв'язком однорідного диференціального рівняння (5.3) є гармонічні функції (синус або косинус):

$$x = a \cos(\omega_0 t + \alpha)$$

де  $x$  – миттєве значення зміщення;



$a$  – амплітуда (максимальне значення зміщення);

$\omega t + \alpha$  – фаза коливання;

$\alpha$  – початкова фаза;

$\omega = 2\pi\nu$  – циклічна частота коливання;

$\nu = 1/T$  – частота коливання;

$T$  – період коливань.

Для математичного маятника (рис. 5.1, б) роль квазіпружної сили виконує складова сили тяжіння

$$P_2 = mg \sin \varphi ,$$

Для математичного маятника

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} ,$$

де  $\ell$  – довжина нитки підвісу матеріальної точки;

$g$  – прискорення вільного падіння тіла в полі сили тяжіння.

У коливальній системі, яку виведено з положення рівноваги і надано самій собі, при відсутності сил тертя виникають вільні механічні гармонічні коливання із сталою амплітудою.

**Вільні електромагнітні коливання** виникають у коливальному контурі без активного електричного опору, якщо зарядити конденсатор і від'єднати його від джерела струму (рис. 5.1, в),

Згідно з другим правилом Кірхгофа падіння напруги на конденсаторі дорівнює ЕРС самоіндукції, яка виникає в котушці індуктивності

$$U_c = -L \frac{dI}{dt} . \quad (5.4)$$

$$\text{За визначенням: } I = dq/dt , \quad U_c = q/C . \quad (5.5)$$

Підставляючи вирази (5.5) в рівняння (5.4), отримаємо

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0 . \quad (5.6)$$

Таким чином, для заряду на конденсаторі маємо

$$q = q_m \cos(\omega_0 t + \alpha) , \quad (5.7)$$

де власна частота коливань  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$  ;

$L$  – індуктивність котушки коливального контуру;

$C$  – електроємність конденсатора.

Період вільних електромагнітних коливань

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC} .$$

Коливання напруги на конденсаторі і сили струму в контурі при вільних коливаннях описується формулами

$$u_c = U_m \cos(\omega_0 t + \alpha),$$

$$i = I_m \cos(\omega_0 t + \alpha + \pi/2),$$

тобто коливання струму випереджають коливання напруги на конденсаторі за фазою на  $\pi/2$ .

## 5.2 Згасаючі коливання

**Згасаючі механічні коливання.** У будь-якій реальній механічній коливальній системі мають місце сили опору

$$F_r = -rv,$$

де  $v$  – швидкість тіла,  $r$  – коефіцієнт опору.

Враховуючи силу тертя, із другого закону Ньютона отримаємо

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$$

У цьому випадку зміщення тіла від положення рівноваги описується формулою

$$x = a_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha).$$

де  $a_0$  – амплітуда в початковий момент часу;

$\beta = r/2m$  – коефіцієнт згасання;

$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$  – частота згасаючих коливань.

Накопичена у коливальній системі енергія витрачається на роботу проти сил опору, енергія коливальної системи зменшується і коливання є згасаючими (див. рис. 5.2).

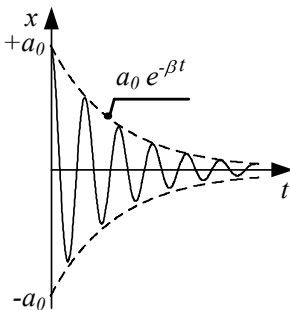


Рисунок 5.2

Таким чином, наявність сил опору в коливальній системі призводить не тільки до згасання коливань, але при цьому зменшується їх частота. Згасаючі коливання існують у коливальній системі за умови

$$\beta < \omega_0$$

При  $\beta > \omega_0$  сили опору у коливальній системі настільки великі, що коливання в системі не виникають.

**Згасаючі електромагнітні коливання** виникають у коливальному контурі з активним електричним опором  $R$ . Енергія, накопичена у контурі під час зарядження конденсатора, витрачається на нагрівання опору  $R$ , внаслідок чого коливання згасають.

Для кола, яке складається з послідовно ввімкнених елементів  $R$ ,  $L$  і  $C$  згідно з другим правилом Кірхгофа маємо рівняння

$$U_c + IR = -L \frac{dI}{dt}, \quad (5.8)$$

яке при незначних перетвореннях приймає вигляд

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0. \quad (5.9)$$

де  $\beta = R/2L$  – коефіцієнт згасання.

Зміна заряду на конденсаторі при згасаючих коливаннях у контурі описується формулою

$$q = q_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha), \quad (5.10)$$

яка є розв'язком рівняння (5.9) Циклічна частота згасаючих електромагнітних коливань визначається за формулою

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}.$$

При  $\beta > \omega_0$  відбувається неперіодичне розрядження конденсатора, оскільки опір контуру занадто великий і коливання у контурі неможливі.

### 5.3 Вимушені коливання

*Це коливання, які здійснюються у коливальній системі під дією зовнішньої періодичної сили:*

$$F = F_0 \cos \omega t.$$

У цьому випадку через деякий час у коливальній системі встановлюються гармонічні коливання

$$x = a \cos(\omega t - \varphi).$$

з частотою зовнішньої періодичної сили  $\omega$ .

Амплітуда коливань описується формулою

$$a = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}}.$$

При деякій частоті  $\omega_{рез}$ , яка називається резонансною частотою амплітуда вимушених коливань досягає максимального значення. Це явище називається резонансом. Графік залежності амплітуди вимушених коливань від частоти називається резонансною кривою (рис. 5.3).

Резонансна частота вимушених коливань визначається за формулою

$$\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}.$$

При  $2\beta^2 > \omega_0^2$  резонанс у системі не спостерігається.

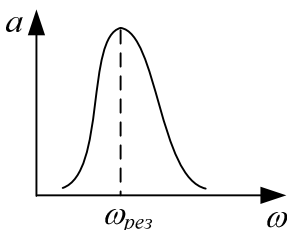


Рисунок 5.3

## 5.4. Пружні хвилі

Процес поширення коливань у пружному середовищі називається пружною хвилею. Частинки середовища, в якому поширюється хвиля, не переносяться нею. Вони тільки здійснюють коливання навколо своїх положень рівноваги.

Якщо частинки середовища коливаються у площині, яка перпендикулярна до напрямку поширення хвилі, то такі хвилі називаються поперечними (рис. 5.4, а). Якщо напрямок коливань частинок збігається з напрямком поширення — то це поздовжні хвилі (рис. 5.4, б).

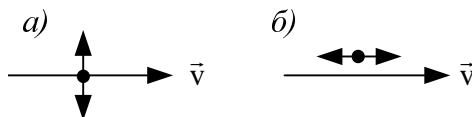


Рисунок 5.4

Поперечні хвилі виникають лише в середовищі, яке здатне протидіяти деформації зсуву. Тому в рідинах і газах можуть виникати тільки поздовжні хвилі. У твердих тілах можливе виникнення як поздовжніх, так і поперечних хвиль.

**Довжина хвилі.** Відстань  $\lambda$ , на яку поширюється хвиля за проміжок часу, що дорівнює періоду коливань  $T$  називається довжиною хвилі

$$\lambda = v T. \quad (5.11)$$

Геометричне місце точок, до яких дійшов хвильовий процес, називається *фронтом хвилі*. Геометричне місце точок, що коливаються в однаковій фазі, називаються *хвильовою поверхнею*. За формою хвильової поверхні хвилі розділяються на *плоскі, циліндричні, сферичні*. Плоскі хвилі утворюються плоским джерелом коливання, циліндричні – лінійним, а сферичні – точковим.

**Рівняння біжної плоскої хвилі.** Особливу увагу в теорії хвиль приділяють вивченню *гармонічних хвиль* – нескінченних синусоїдальних хвиль. Таких хвиль у природі не існує, але вивчивши властивості таких найпростіших хвиль, можна проаналізувати більш складні хвильові процеси, які відбуваються в природі. Значення такої ідеалізації для вивчення хвиль можна порівняти з поняттям матеріальної точки, яке відіграє фундаментальну роль в механіці.

Встановимо залежність між зміщенням частинок пружного середовища, які знаходяться в коливальному русі, та їх відстанню від джерела коливань, розташованого в площині YOZ (рис. 5.5). Будемо вважати, що коливання джерела (площина YOZ) є гармонічними

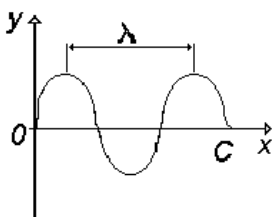


Рисунок 5.5

$$y = A \sin \omega t, \quad (5.12)$$

де  $A$  – амплітуда коливань,  $\omega$  – кругова частота.

Кожна точка середовища буде втягуватися в коливальний рух в той момент, коли хвиля досягне цієї точки. До точки, яка знаходиться на відстані  $x$  від джерела, хвиля дійде за проміжок часу  $\tau = \frac{x}{V}$  ( $V$  – швидкість хвилі). Таким чином, рівняння коливань частинки С (при відсутності загасання в середовищі) можна записати у вигляді

$$y = A \sin \omega(t - \tau) = A \sin \omega(t - \frac{x}{V}). \quad (5.13)$$

Рівняння (5.13) дозволяє визначити зміщення  $y$  від положення рівноваги будь-якої точки середовища, втягнутої в хвильовий процес в довільний момент часу  $t \geq \frac{x}{V}$ , і має назву – *рівняння плоскої монохроматичної хвилі*.

Величина зміщення визначається величиною амплітуди  $A$  та значенням фази

$$\phi = \omega(t - \frac{x}{V}) . \quad (5.14)$$

Зафіксуємо повне значення фази (5.14):

$$\omega(t - \frac{x}{V}) = const , \quad (5.15)$$

та визначимо швидкість її пересування. Знайдемо похідну виразу (5.15)

$$\frac{dx}{dt} = V . \quad (5.16)$$

Ліва частина рівняння (5.16) є швидкістю переміщення певного значення фази. Таким чином для монохроматичної хвилі швидкість розповсюдження хвилі  $V$  збігається зі швидкістю переміщення фази. В зв'язку з цим її називають *фазовою швидкістю*.

Враховуючи, що  $\omega = 2\pi\nu = 2\pi/T$  ,  $V = \lambda/T$  перепишемо рівняння (5.13) у вигляді

$$y = a \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \quad (5.17)$$

Рівняння (5.17) відображає подвійну періодичність хвильового процесу: в часі – з періодом  $T$  і в просторі з періодом  $\lambda$ . В теорії хвиль вводять поняття хвильового числа  $k = \omega/\nu = 2\pi/\lambda$  , тоді із (5.17) отримаємо

$$y(x,t) = a \cos(\omega t - kx) . \quad (5.18)$$

**Стоячі хвилі.** Якщо в пружному середовищі є декілька джерел коливань, то в області перетинання хвиль коливання точок середовища, що викликані кожною із хвиль, накладаються. Результат складання (результуюча хвиля) залежить від співвідношення між фазами, періодами та амплітудами хвиль, що накладаються. Важливе значення має випадок складання двох (або декількох) хвиль, які мають постійну різницю фаз. Такі хвилі та джерела, що їх випромінюють, називаються *когерентними*.

Складання когерентних хвиль називається *інтерференцією*. Важливим випадком інтерференції є накладання біжної та відбитої хвилі, що призводить до виникнення стоячої хвилі. Це явище часто зустрічається в акустиці, радіотехніці. Стоячі хвилі виникають в корпусах об'єктів, що рухаються, та в яких діють різноманітні джерела вібрацій.

Припустимо, що в напрямі осі  $X$ , в середовищі, де відсутнє загасання амплітуди, розповсюджується плоска хвиля

$$y_1 = A \sin\left(\omega t - 2\pi \frac{x}{\lambda}\right),$$

яка зустрічає на своєму шляху плоску межу розділення середовищ. Після її відбивання виникає відбита хвиля, яка розповсюджується в зворотному напрямі

$$y_2 = A \sin\left(\omega t + 2\pi \frac{x}{\lambda}\right).$$

Результуюче зміщення є сумою обох складових  $y_1$  та  $y_2$

$$y = y_1 + y_2 = 2A \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \sin \omega t. \quad (5.19)$$

Множник  $\sin \omega t$  у формулі (5.19) показує, що в кожній точці середовища виникають гармонічні коливання з тією ж частотою  $\omega$ . Величина  $2A \cos \frac{2\pi x}{\lambda}$  відіграє роль амплітуди, яка залежить від положення точки (координати  $x$ ). У тих точках, де  $\cos \frac{2\pi x}{\lambda} = 0$ , амплітуда коливань дорівнює нулю. В цих точках,

$$x = (2k + 1) \frac{\lambda}{4}, \quad (5.20)$$

де  $k = 1, 2, 3, \dots$ , розташовані вузли стоячої хвилі. В тих точках, де  $\left| \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \right| = 1$ , амплітуда коливань максимальна і дорівнює  $2A$ , розташовані *пучності*. Для пучностей:

$$x = k \frac{\lambda}{2}, \quad (k = 1, 2, 3, \dots). \quad (5.21)$$

Відстань між сусідніми пучностями, як видно з формули (5.21), дорівнює  $\frac{\lambda}{2}$ . Відстань між сусідніми вузлами також дорівнює  $\frac{\lambda}{2}$ .

Слід зазначити, що фаза в (5.19) не залежить від координати. Це означає, що на відміну від біжної хвилі, де в будь-який момент суміжні точки середовища мають різні фази, у стоячій хвилі всі точки між сусідніми вузлами коливаються з однаковою фазою.

**Хвильове рівняння.** Формула плоскої хвилі (5.18) є розв'язком диференціального рівняння другого порядку в частинних похідних, яке називається хвильовим:

$$\frac{\partial^2 x}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 x}{\partial t^2}. \quad (5.22)$$

### 5.5 Електромагнітні хвилі

**Вихрове електричне поле.** Аналізуючи явище електромагнітної індукції (розділ 7), Максвелл дійшов висновку, що при будь-яких змінах магнітного поля, яке пронизує замкнутий провідник, в провіднику виникає індукційний струм. Тобто виникає електричне поле неелектростатичного походження, поява якого зумовлена зміною магнітного поля. Силкові лінії цього електричного поля замкнені, тобто поле – вихрове. Якщо  $\vec{E}$  напруженість цього вихрового електричного поля, то ЕРС індукції в замкнутому провідному контурі  $L$  згідно з теоремою про циркуляцію дорівнює

$$\xi = \oint_L \vec{E} d\vec{l}.$$

Тоді закон електромагнітної індукції  $\xi = -\frac{d\Phi}{dt}$  можна записати в інтегральному вигляді:

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{B} d\vec{S}. \quad (5.23)$$

Вектор  $\vec{B}$  в (5.23) залежить від двох змінних – часу і координат, тому справа маємо символ частинної похідної за часом.

**Струм зміщення.** Максвелл узагальнив теорему про циркуляцію вектора  $\vec{H}$  для стаціонарних струмів на випадок змінних електромагнітних полів, припустивши, що змінне електричне поле, як і електричний струм, є джерелом магнітного поля. Максвелл впровадив поняття густини струму зміщення  $\vec{j}_{зм}$ :

$$\vec{j}_{зм} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad (5.24)$$

Як бачимо з виразу (5.24), це умовна назва змінного електричного поля. Густина струму зміщення  $\vec{j}_{зм}$  в даній точці простору дорівнює швидкості зміни вектора електричного зміщення  $\vec{D}$  в цій точці.

В результаті можна ввести поняття густини повного струму, як суму густин струму провідності  $\vec{j}_{зм}$  і струму зміщення  $\vec{j}_{зм}$



$$\vec{j}_{нов} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t},$$

Користуючись поняттям струму зміщення, можна пояснити, яким чином замикається між пластинами конденсатора (розімкнене) коло, яке містить конденсатор (див. рис. 5.1, в): в провіднику тече струм провідності, а в проміжку між пластинами він замикається струмом зміщення. Струм зміщення забезпечує проходження змінних струмів через конденсатор.

В результаті цього узагальнення теорема про циркуляцію вектора  $H$  (4.18), набуває вигляду:

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \left( \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}.$$

Для проміжку між пластинами струм провідності дорівнює нулю, таким чином

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \left( \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}. \quad (5.25)$$

**Електромагнітне поле. Електромагнітна хвиля.** Із рівняння (5.23) випливає, що зміна в часі магнітного поля викликає появу змінного в часі електричного поля. Із рівняння (5.25) випливає, що зміна в часі електричного поля викликає появу змінного в часі магнітного поля. Наслідком рівнянь (5.23), (5.25) є висновок про те, що змінне електричне та магнітне поля нерозривно пов'язані і створюють *електромагнітне поле*. Виникнувши, електромагнітне поле починає поширюватись у просторі. *Процес поширення електромагнітного поля у просторі називається електромагнітною хвилею*.

Отже в електромагнітній хвилі коливається вектор напруженості  $\vec{E}$  електричного поля і вектор напруженості  $\vec{H}$  магнітного поля. Коливання цих векторів синфазні, тобто одночасно досягають максимального значення і одночасно досягають нуля (див. рис.5.6)

$$\vec{E} = \vec{e}_y E_m \cos(\omega t - kz + \alpha), \quad \vec{H} = \vec{e}_x H_m \cos(\omega t - kz + \alpha), \quad (5.26)$$

де  $\vec{e}_x, \vec{e}_y$  – орти вздовж координатних осей.

Вектори  $\vec{E}$  і  $\vec{H}$  перпендикулярні один одному і коливаються у площині, яка перпендикулярна до напрямку поширення хвилі, тобто електромагнітні хвилі відносяться до класу поперечних хвиль, а вектори  $\vec{E}$  і  $\vec{H}$  утворюють з напрямком поширення правої гвинтової системи (див. рис. 5.6). Обчислюючи другі частинні похідні в часі та за коор-

динатою  $x$  від  $\vec{E}$  і  $\vec{H}$ , (5.26) отримуємо хвильові рівняння

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} = \varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial^2 H_x}{\partial z^2} = \varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial^2 H_x}{\partial t^2}. \quad (5.27)$$

Порівнюючи рівняння (5.22) і (5.27) можна зробити висновок, що швидкість поширення електромагнітної хвилі в середовищі:

$$V = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0}}; \quad \text{у вакуумі: } V = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = c,$$

де  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с – швидкість світла у вакуумі.

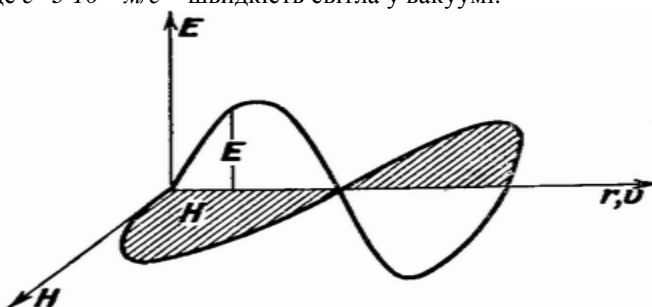


Рисунок 5.6

Таким чином у вакуумі швидкість електромагнітних хвиль збігається із швидкістю світла. Звідси Максвелл зробив висновок, що світлові хвилі – це електромагнітні хвилі.

Отже, у середовищі з діелектричною та магнітною проникностями  $\varepsilon, \mu$

$$V = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}} = \frac{c}{n}, \quad (5.28)$$

де  $n$  – показник заломлення середовища.

Амплітуди векторів  $\vec{E}$  і  $\vec{H}$  пов'язані між собою співвідношенням

$$\sqrt{\varepsilon \varepsilon_0} E_m = \sqrt{\mu \mu_0} H_m.$$

Принципова відмінність електромагнітних хвиль від механічних полягає в тому, що механічні хвилі потребують пружного середовища. Електромагнітні хвилі – це вид польової (електромагнітної)

матерії і для свого поширення не потребують іншої матерії (середовища), тому вони можуть поширюватися і у вакуумі.

**Випромінювання диполя.** Розглянемо заряд  $q$ , що коливається, і входить до складу диполя (другий заряд нерухомий) з електричним моментом  $\vec{P} = \vec{P}_m \cos \omega t$ , де  $\vec{P} = q\vec{l}$ , а  $\vec{l}$  – плече диполя. Одночасно із зміною напруженості  $\vec{E}$  диполя утворюється змінне магнітне, а в цілому – електромагнітне поле, яке відривається від диполя, і на значній відстані від диполя має вигляд плоскої гармонічної хвилі. Інтенсивність  $I$  хвилі, як показують розрахунки,  $I \approx \omega^4 \sin^2 \theta / r^2$ , де  $\omega$  – циклічна частота,  $\theta$  – кут між дипольним моментом  $\vec{P}$  і радіусом-вектором  $\vec{r}$ , проведеним від диполя в точку спостереження. Отже, в напрямках  $\theta = 0^\circ$  або  $180^\circ$  диполь не випромінює зовсім, а при  $\theta = 90^\circ$  або  $270^\circ$  інтенсивність випромінювання максимальна. інтенсивність значною мірою залежить від частоти:  $I \sim \omega^4$ .

**Ефект Доплера для електромагнітних хвиль.** При відносному русі джерела випромінювання і приймача частота прийнятого сигналу відрізняється від випроміненого. Застосовуючи перетворення Лоренца, можна одержати вираз для частоти  $\nu$  хвиль, які реєструються приймачем, що рухається зі швидкістю  $\mathbf{v}$  відносно джерела

$$\nu = \frac{\nu_0 \sqrt{1 - (\mathbf{v}/c)^2}}{[1 + (\mathbf{v}/c)^2 \cos \theta]}, \quad (5.29)$$

де  $\nu_0$  – частота хвиль, які випромінюються джерелом;

$\theta$  – кут між вектором швидкості  $\mathbf{v}$  і напрямком спостереження (вимірюється в системі відліку, пов'язаній із спостерігачем). В залежності від величини цього кута розрізняють *поздовжній* і *поперечний* ефект Доплера. Перший з них має місце під час руху джерела і приймача вздовж однієї прямої. Тоді  $\theta = 0$ , якщо приймач віддаляється, і  $\theta = 180^\circ$ , якщо наближається до джерела. При  $\theta = \pi/2$  спостерігається поперечний ефект.

Розкладаючи (5.29) в ряд за степенями  $\mathbf{v}/c$  і залишаючи два члени, оскільки останні мають більш високий порядок малості, маємо для поздовжнього ефекту

$$\nu = \nu_0 (1 \pm \mathbf{v}^2 / c^2), \quad (5.30)$$

де знак плюс відповідає зближенню, при цьому частота приймача зростає, а мінус – віддаленню джерела відносно приймача, при цьому частота приймача зменшується.

Для поперечного ефекту Доплера, коли джерело рухається перпендикулярно до приймача, вираз (5.30) набуває вигляду

$$\nu = \nu_0(1 - v^2/c^2).$$

Як поздовжній, так і поперечний ефекти спостерігаються в астрофізиці при вивченні рухомих небесних тіл. В земних умовах поздовжній ефект Доплера використовується в супутниковій геодезії для визначення зміни відстані та швидкості рухомих об'єктів.

## 6. ХВИЛЬОВА ОПТИКА

Хвильова оптика охоплює оптичні явища, які описуються хвильовою теорією. Це явища інтерференції, дифракції, поляризації та дисперсії.

### 6.1. Світлова хвиля

За своєю природою світлова хвиля являє собою електромагнітну хвилю з довжинами хвиль у діапазоні

$$\lambda = (0,40 \div 0,76) \cdot 10^{-6} \text{ м},$$

або з частотою в діапазоні  $\nu = (0,39 \div 0,75) \cdot 10^{15}$  Гц.

Фотофізіологічна, фотохімічна, фотоелектрична дія світла обумовлена електричною компонентою  $\vec{E}$  електромагнітної хвилі, тому вектор  $\vec{E}$  в оптиці називають світловим вектором

$$\vec{E} = \vec{E}_m \cos(\omega t - kz + \alpha). \quad (6.1)$$

Формула (6.1) описує світлову хвилю, що поширюється вздовж осі  $z$  і має вигляд, аналогічний пружній хвилі (5.18).

### 6.2. Інтерференція світла

**Явище інтерференції.** Розглянемо накладання двох світлових хвиль однакового напрямку коливань світлового вектора та однакової частоти  $E_1 = E_{m1} \cos(\omega t + \alpha_1)$ , і  $E_2 = E_{m2} \cos(\omega t + \alpha_2)$ ,

де  $\alpha_1, \alpha_2$  – початкові фази коливань.

Результуюче коливання визначається їх сумою

$$E = E_1 + E_2 = E_m \cos(\omega t + \alpha),$$

квадрат амплітуди якого

$$E_m^2 = E_{m1}^2 + E_{m2}^2 + 2E_{m1}E_{m2} \cos(\alpha_2 - \alpha_1),$$

Оскільки інтенсивність  $I = E^2$  то через інтенсивності

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\alpha_2 - \alpha_1).$$

Якщо різниця фаз  $(\alpha_2 - \alpha_1)$  двох світлових хвиль з часом не змінюється, то такі хвилі називаються *когерентними*.

Для когерентних хвиль у точках, де

- 1)  $\cos(\alpha_2 - \alpha_1) > 0$  – результуюча інтенсивність  $I > I_1 + I_2$ , тобто результуюча інтенсивність при накладанні двох хвиль більша за суму інтенсивностей окремих хвиль;
- 2)  $\cos(\alpha_2 - \alpha_1) < 0$  – результуюча інтенсивність  $I < I_1 + I_2$ .

Таким чином, при накладанні двох когерентних світлових хвиль відбувається перерозподіл світлового потоку в просторі, який призводить до виникнення максимумів і мінімумів інтенсивності світла, які чергуються у просторі. Це явище називається *інтерференцією*, а чергування максимумів і мінімумів інтенсивності – *інтерференційною картиною*. При накладанні двох плоских когерентних хвиль інтерференційна картина являє собою чергування світлих і темних смуг.

**Когерентне і некогерентне додавання коливань.** Максимуми інтенсивності виникають у точках простору, де  $\cos(\alpha_2 - \alpha_1) = 1$ . Інтенсивність світла у максимумах

$$I_{\max} = (\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2})^2. \quad (6.2)$$

Якщо інтенсивності хвиль однакові ( $I_1 = I_2$ ), то

$$I_{\max} = 4I_1. \quad (6.3)$$

Мінімуми інтенсивності виникають у точках простору, де  $\cos(\alpha_2 - \alpha_1) = -1$ . Інтенсивність світла в мінімумі

$$I_{\min} = (\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2. \quad (6.4)$$

При однакових інтенсивностях хвиль

$$I_{\min} = 0. \quad (6.5)$$

Формули (6.2)–(6.5) визначають так званий *закон когерентного додавання хвиль*. Для некогерентних світлових хвиль різниця фаз  $\alpha_2 - \alpha_1$  довільно змінюється за часом, середнє значення

$\cos(\alpha_2 - \alpha_1) = 0$  і результуюча інтенсивність у всіх точках

$$I = I_1 + I_2, \quad (6.6)$$

а при однакових інтенсивностях хвиль

$$I = 2 I_1 \quad (6.7)$$

Формули (6.6) і (6.7) дають закон некогерентного додавання інтенсивностей хвиль.

Таким чином, при накладанні двох когерентних хвиль з однаковими інтенсивностями інтенсивність у максимумі вдвічі більша ніж результуюча інтенсивність при накладанні двох некогерентних хвиль з однаковими інтенсивностями.

**Умови для інтерференційних максимумів і мінімумів.** Для спостереження інтерференції потрібні когерентні джерела світла. У природі таких джерел не існує, всі природні джерела світла некогерентні.

Дві когерентні світлові хвилі можна отримати, розділивши хвилю на дві частини і знову наклавши їх одна на одну.

Нехай перша хвиля поширюється у середовищі з абсолютним показником заломлення  $n_1$  і проходить до точки накладання геометричний шлях  $S_1$ , а друга – в середовищі з абсолютним показником заломлення  $n_2$  і проходить геометричний шлях  $S_2$  (див. рис. 6.1). *Оптичним шляхом променя світла називається добуток геометричного шляху на абсолютний показник заломлення.* Введемо оптичні шляхи променів

$$L_1 = n_1 S_1, \quad L_2 = n_2 S_2$$

і оптичну різницю ходу променів  $\Delta L = L_2 - L_1 = n_2 S_2 - n_1 S_1$ .

Тоді різниця фаз в точці накладання  $\delta = 2\pi(\Delta L)/\lambda_0$ . Максимуми інтенсивності спостерігаються у точках простору, для яких  $\Delta L = \pm m \lambda_0$ ,  $m=0,1,2,\dots$ . Тобто на оптичній різниці ходу променів вкладається ціле число довжин хвиль.

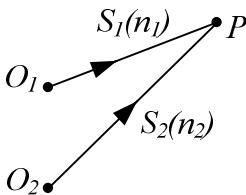


Рисунок 6.1

Мінімуми інтенсивності світла спостерігаються у точках простору, для яких виконується умова

$$\Delta L = \pm(m + \frac{1}{2})\lambda_0, \quad m=0,1,2,\dots$$

Тобто на оптичній різниці ходу променів укладається ціле число половин довжини хвилі.

**Дослід Юнга.** У цьому досліді світло падає на екран з двома паралельними щілинами, а інтерференційна картина спостерігається на другому (суцільному) екрані, розташованому позаду першого (див. рис. 6.2). Інтерференційна картина являє собою чергування світлих і темних смуг і спостерігається на ділянці АВ, де накладаються когерентні хвилі (це так зване поле інтерференції). На осі симетрії (координати

ната  $x = 0$  ) спостерігається світла смуга (інтерференційний максимум).

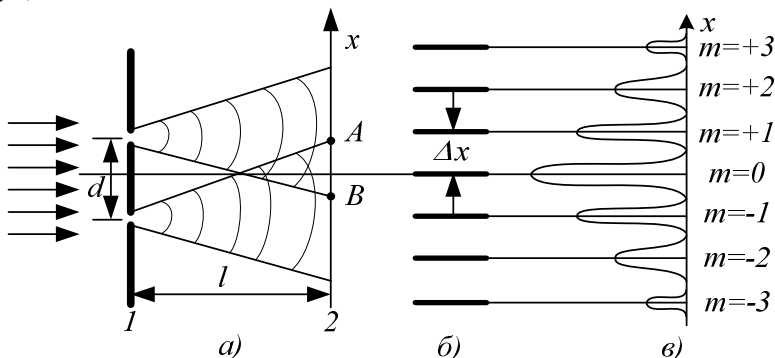


Рисунок 6.2

Координати максимумів і мінімумів інтенсивностей визначаються формулами

$$x_{\max} = \pm m \frac{l}{d} \lambda, \quad x_{\min} = \pm \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{l}{d} \lambda,$$

де  $m = 0, 1, 2, \dots$  – *порядок* (тобто порядковий номер) *інтерференційного максимуму (або мінімуму)*:

$l$  – відстань від щілин до екрану:

$d$  – відстань між щілинами

У випадку, коли  $l \gg d$  відстань  $\Delta x$  між двома сусідніми максимумами (або мінімумами) визначається формулою

$$\Delta x = \frac{l}{d} \lambda. \quad (6.8)$$

Вимірявши  $\Delta x$ ,  $l$  і  $d$ , з (6.8) легко визначити довжину хвилі світла  $\lambda$ .

У білому світлі (що є результатом накладання світлових хвиль різних довжин) інтерференційна картина розмивається, оскільки положення максимумів і мінімумів залежать від довжини хвилі.

**Принцип дії інтерферометра.** Явище інтерференції лежить в основі функціонування інтерферометра. На рисунку 6.3 зображена схема інтерферометра Майкельсона. Світловий промінь, який генерує лазер 1, падає на світлоподільник 2 (напівпрозоре дзеркало), де розділяється на два промені – *опорний* та *вимірювальний*. Обидва промені відбиваються від дзеркал; опорний – від нерухомого дзеркала 3, а вимірювальний – від рухомого дзеркала 4 і знову попадають на світлопо-

дільник 2. Опорний та вимірювальний промені інтерферують відповідно до рівнянням (7.2) і скеровуються на детектор 5. Якщо дзеркало 4 повільно переміщується, то детектор буде ресеструвати максимуми та мінімуми інтенсивності в залежності від того, в фазі чи протифазі знаходяться опорний та вимірювальний промені. Синфазність та протифазність чередуються через  $\lambda/2$ , що рівнозначно зміщенню дзеркала на  $\lambda/2$ . Ресеструючи число максимумів та мінімумів світла при переміщенні дзеркала 4, можна визначити зміну відстані в чвертях довжини хвилі.

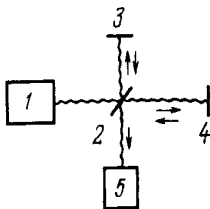


Рисунок 6.3

### 6.3. Дифракція світла

*Огинання хвилями перешкод*, коли хвиля, відхиляючись від прямолінійного поширення, заходить в область геометричної тіні, називається *дифракцією*. Виникнення дифракції можна пояснити за допомогою принципу Гюйгенса: *кожна точка хвильового фронту є джерелом вторинних сферичних хвиль, огинаюча яких дає положення хвильового фронту в наступний момент часу* (див. рис. 6.4, а).

Промені світла поширюються вздовж нормалі до хвильового фронту. Тому дифракція світла призводить до проникнення світла в область геометричної тіні і утворення дифракційної картини – світлих і темних ділянок, які чергуються (див. рис. 6.4, б, в).

Дифракція значною мірою залежить від співвідношення розмірів перешкоди  $d$  на шляху світла і довжини хвилі  $\lambda$ . Дифракція найбільш яскраво виражена при  $d \approx \lambda$ .

**Зони Френеля.** Френель запропонував розбити фронт хвилі на окремі ділянки, різниця ходу променів від меж яких дорівнює  $\lambda/2$ . Ці ділянки хвильової поверхні отримали назву *зон Френеля*. Тоді результуючі коливання, що утворюються в точці спостереження  $P$  вто-



ринними хвилями від двох сусідніх зон Френеля, знаходяться у протифазі, тобто відрізняються за фазою на  $\pi$

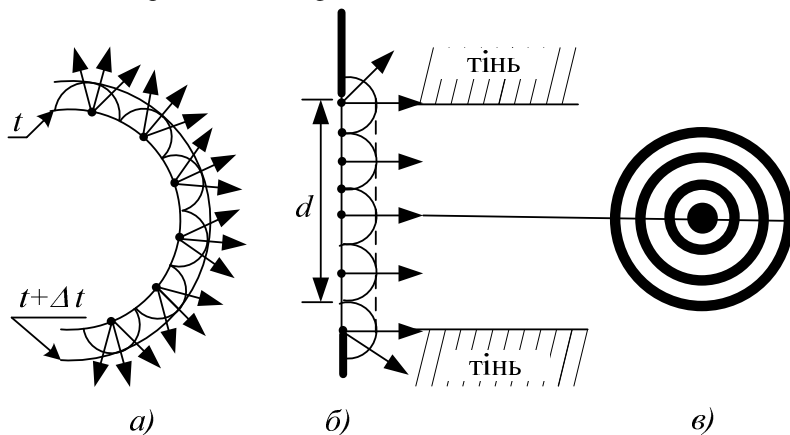


Рисунок 6.4

Тому амплітуда результуючого коливання, що утворюється в точці спостереження  $P$  вторинними хвилями, які прийшли від всієї хвильової поверхні, визначається формулою

$$A_p = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots, \quad (6.9)$$

де  $A_m$  – амплітуда, утворена вторинними хвилями, які прийшли від  $m$ -ї зони Френеля.

Для точкового джерела світла хвильова поверхня сферична і зони Френеля для неї являють собою кільцеві області (крім першої) з радіусом зовнішньої межі

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b}} m \lambda, \quad (6.10)$$

де  $a$  – радіус сферичної хвильової поверхні (див. рис. 6.5);

$b$  – відстань від вершини сферичного сегменту (точка  $O$ ) до точки спостереження  $P$  (вимірюється уздовж лінії, яка з'єднує джерело  $S$  і точку спостереження  $P$ ).

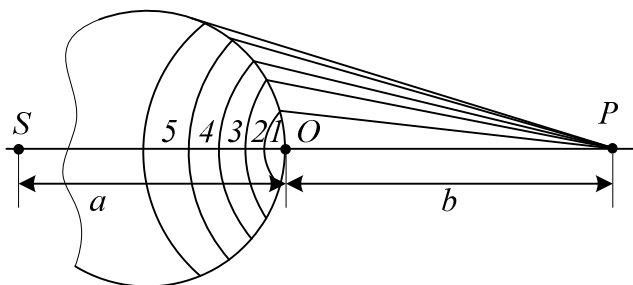


Рисунок 6.5

**Дифракція Фраунгофера на щілині.** При дифракції паралельного пучка променів на щілині в екрані, промені розсіюються в усіх напрямках. Промені, які йдуть в одному напрямку, інтерферують між собою і в результаті на екрані спостерігається дифракційна картина. При нормальному падінні променів на щілину шириною  $b$ , різниця ходу крайніх променів, що йдуть під кутом дифракції  $\varphi$  (цей кут відраховується від нормалі до площини щілини), дорівнює  $b \sin \varphi$  (див. рис. 6.6, а).

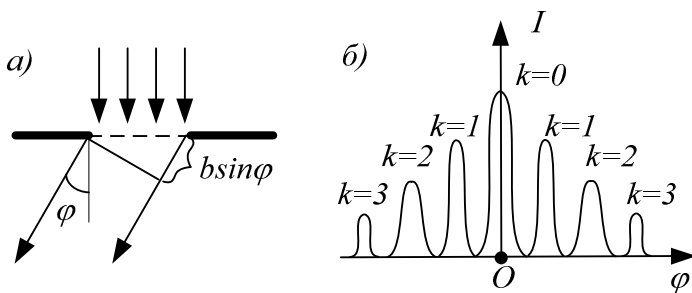


Рисунок 6.6

Якщо виконується умова

$$b \sin \varphi = \pm k \lambda, \quad k=1,2,3,\dots, \quad (6.11)$$

то хвильова поверхня на щілині розбивається на  $2k$  (парну) кількість зон Френеля. Дії зон попарно компенсують одна одну і під даним кутом дифракції спостерігається дифракційний мінімум.

Якщо виконується умова

$$b \sin \varphi = \pm (k + \frac{1}{2}) \lambda, \quad k=1,2,3,\dots, \quad (6.12)$$

то на отворі вкладається  $2k+1$  (непарна) кількість зон Френеля. Для однієї зони залишається незкомпенсованою і під даним кутом дифракції спостерігається дифракційний максимум.

На рис. 6.6, б показана залежність інтенсивності дифрагованого світла від кута дифракції  $\varphi$ . Під кутом  $\varphi = 0$  всі вторинні промені накладаються в однаковій фазі і під цим кутом дифракції спостерігається головний дифракційний максимум ( $k = 0$ ). Світлі смуги дифракційної картини відповідають максимумам інтенсивності, а темні – мінімумам.

**Дифракційна ґратка.** Періодична послідовність щілин у непрозорому екрані утворює дифракційну ґратку. Будемо в подальшому вважати щілини вузькими, тобто значно вужчими порівняно з непрозорими ділянками. Коливання, що поширюються від різних щілин ґратки, є когерентними і інтерферують. Результат накладання коливаний залежить від різниці фаз коливаний для двох сусідніх щілин  $d \sin \varphi$ , де  $d$  – період дифракційної ґратки,  $\varphi$  – кут дифракції (див. рис.6.7).

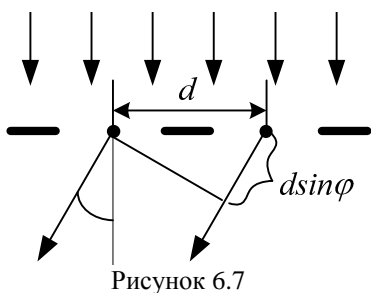


Рисунок 6.7

За умови

$$d \sin \varphi = \pm m \lambda, \quad (6.13)$$

де  $m=0,1,2,\dots$  – максимуми від окремих щілин накладаються в однаковій фазі і підсилюють один одного. Під такими кутами дифракції  $\varphi$  спостерігаються головні дифракційні максимуми для ґратки. Формула (6.13) має назву рівняння дифракційної ґратки.

Дифракційну картину при дифракції на ґратці пучка монохроматичного світла показано на рисунку 6.8, а.

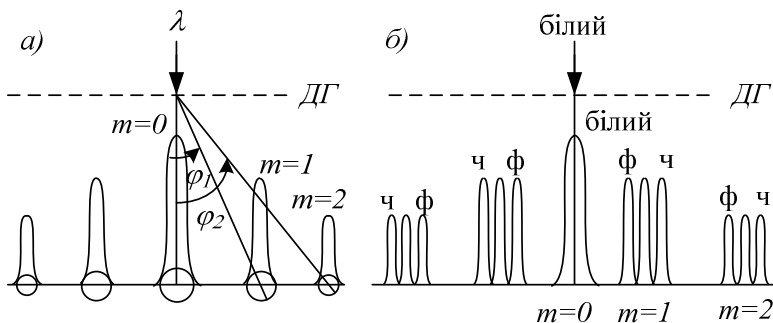


Рисунок 6.8

Максимальний порядок ( $m$ ) головних максимумів знаходиться за умови

$$m \leq \frac{d}{\lambda}.$$

Оскільки кут дифракції не може перевищувати  $\frac{\pi}{2}$ , то кількість максимумів дорівнює  $2m+1$ .

Положення головних максимумів залежить від довжини хвилі  $\lambda$ . Тому при падінні на дифракційну ґратку білого світла всі максимуми дифракційної картини, крім центрального  $m = 0$ , розкладаються у спектр (див. рис. 80, б). Амплітуда в головному максимумі дифракційної ґратки  $A = N \cdot A_i$ , де  $A_i$  – амплітуда у максимумі для окремої щілини,  $N$  – кількість щілин дифракційної ґратки. Тоді інтенсивність головних максимумів дифракційної ґратки  $I = N^2 I_i$ . Тому максимуми дифракційної картини для ґратки дуже насичені і дифракційна ґратка вважається кращим спектральним приладом (тобто приладом для розкладання випромінювання у спектр).

#### 6.4 Поляризація

**Види поляризації.** У природному світлі коливання світлового вектора різних напрямків швидко і неупорядковано змінюють одне одного у площині, перпендикулярній до напрямку поширення світла (див. рис. 6.9, а)

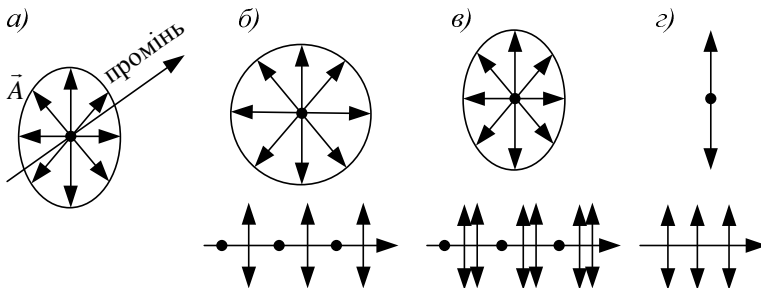


Рисунок 6.9

Таке світло називається *неполяризованим*. Амплітуда коливань світлового вектора  $\vec{A}$  у нього в усіх напрямках у площині, перпенди-

кулярній до напрямку поширення променя, однакова і, якщо з'єднати кінці світлових векторів різних напрямків, то отримаємо коло (див. рис. 6.9, б).

Світло, в якого коливання світлового вектора  $\vec{A}$  впорядковано якимось чином називається *поляризованим*. Розрізняють часткову і повну поляризацію.

У *частково поляризованого* світла амплітуда коливань у якомусь напрямку більша, ніж у перпендикулярному тобто є домінуючий напрямок і є часткова впорядкованість в коливаннях світлового вектора. Якщо з'єднати кінці світлових векторів різних напрямків то отримаємо еліпс (див. рис. 6.9, в).

У *повністю поляризованого* світла коливання світлового вектора повністю впорядковані. На рис. 6.9, г показано повністю поляризоване світло, в якого коливання світлового вектора відбувається в одній площині (плоско поляризоване світло).

Поляризацію променя світла можна зобразити за допомогою двокінцевих стрілок і точок. Стрілки позначають коливання світлового вектора у площині рисунка, а точки – коливання, що перпендикулярні до площини рисунка. Для неполяризованого світла густина стрілок і точок на промені однакова, для частково поляризованого – більша густина або стрілок, або точок, для повністю поляризованого світла на промені або тільки стрілки, або тільки точки (залежно від напрямку коливання світлового вектора).

Мірою поляризації є *ступінь поляризації*

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}},$$

де  $I_{\max}$ ,  $I_{\min}$  – максимальна та мінімальна інтенсивності (у перпендикулярному напрямку). Для неполяризованого світла  $I_{\max} = I_{\min}$  і  $P = 0$ , для частково поляризованого  $0 < P < 1$ , для повністю поляризованого  $I_{\min} = 0$  і  $P = 1$ .

**Поляризатори.** Природне неполяризоване світло перетворюється на поляризоване за допомогою поляризаторів. Поляризатори – це пристрої, які пропускають коливання, що паралельні площині поляризатора, і повністю затримують коливання перпендикулярні до неї.

Якщо на поляризатор падає поляризоване світло з інтенсивністю  $I_0$  і площина коливань світлового вектора складає кут  $\varphi$  з площиною поляризатора, то інтенсивність світла на виході поляризатора (див. рис. 6.10, а) визначається формулою

$$I_{\text{вих}} = I_0 \cdot \cos^2 \varphi. \quad (6.14)$$

Формула (6.14) має назву закону Малюса.

Якщо на поляризатор падає неполяризоване світло (див. рис. 6.10, б), то кут  $\varphi$  у формулі (6.14) приймає будь-які значення від 0 до  $2\pi$  і потрібно провести усереднення за всіма можливими кутами. Середнє значення  $\cos^2 \varphi = 1/2$  і в результаті

$$I_{\text{вих}} = \frac{1}{2} I_0.$$

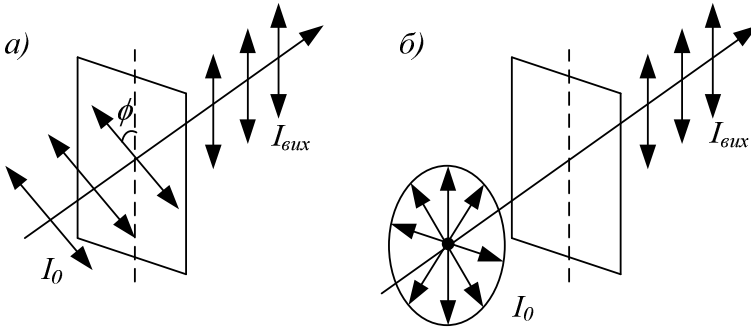


Рисунок 6.10

**Поляризація при відбитті і заломленні.** Якщо на межу розподілу двох середовищ з абсолютними показниками заломлення  $n_1$  і  $n_2$  (перше середовище – це середовище, в якому поширюється падаючий промінь, друге середовище – де заломлений) падає природний (неполяризований) промінь світла, то відбитий і заломлений промені будуть частково поляризованими. При цьому в відбитому промені домінують коливання перпендикулярні до площини падіння, а у заломленому – паралельні до площини падіння (див. рис. 6.11).

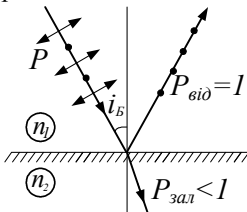


Рисунок 6.11

При зміні кута падіння змінюються ступені поляризації відбитого і заломленого променів. При куті  $i_B$ , що задовольняє умові

$$\operatorname{tg}(i_B) = \frac{n_2}{n_1}, \quad (6.15)$$

відбитий промінь стає повністю поляризованим ( $P_{\text{відб}} = 1$ ), а ступінь поляризації заломленого досягає максимуму, але менше 1 (тобто залишається частково поляризованим). Формула (6.15) називається *законом Брюстера* (або законом повної поляризації), а кут  $i_B$  – кутом Брюстера (або кутом повної поляризації).

Описане явище поляризації світла при відбитті і заломленні має в своїй основі той факт, що випромінювання зарядів, які коливаються, має направлений характер. У напрямку коливань заряджена частинка не випромінює. Якщо кут падіння дорівнює куту Брюстера напрямком паралельних коливань частинок середовища збігається з напрямком відбитого променя. Тому у відбитому промені залишаються тільки перпендикулярні до площини падіння коливання.

**Поляризація при подвійному променезаломленні.** При проходженні через деякі кристали світловий промінь розділяється на два променя. Це явище отримало назву подвійного променезаломлення. Вперше воно спостерігалось у кристалах ісландського шпату ( $\text{CaCO}_3$ ).

Напрямок у кристалі, поширюючись вздовж якого промінь світла не розділяється на два промені, називається *оптичною віссю* кристала, а площина, що проходить через оптичну вісь і падаючий промінь – *головним перерізом кристала*.

Один із заломлених променів задовольняє звичайним законам заломлення і називається звичайним (позначається буквою  $o$ ), інший – не задовольняє і називається незвичайним (позначається буквою  $e$ ). Коливання світлових векторів у звичайному і незвичайному променях здійснюються у перпендикулярних площинах: у незвичайного променя

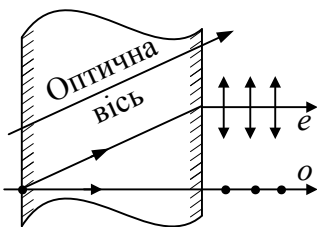


Рисунок 6.12

в головному перерізі кристала, у звичайного – перпендикулярного до нього (див. рис. 6.12). Явище подвійного променезаломлення спостерігається в усіх прозорих кристалах за винятком тих, що належать до кубічної системи. В кристалах некубічної системи діелектрична проникність  $\epsilon$ , а отже і абсолютний показник заломлення  $n = \sqrt{\epsilon}$ ,

залежать від напрямку променя, що і призводить до виникнення подвійного променезаломлення.

**Призма Ніколя.** На явищі подвійного променезаломлення заснована дія поляризатора, який називається призмою Ніколя, або прос-

то ніколем. Ніколь являє собою призму із ісландського шпату, розрізану вздовж діагоналі і склеєну прозорим клеєм (рис. 6.13 ).

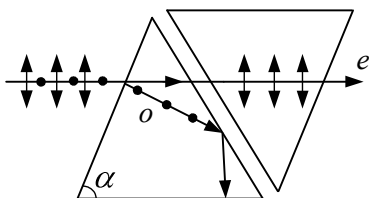


Рисунок 6.13

Показник заломлення клею  $n_{\text{клею}}$  вибирається так, щоб виконувалася умова

$$n_0 > n_{\text{клею}} > n_e,$$

де  $n_0$  – показник заломлення для звичайного променя,  $n_e$  – для

незвичайного. Тоді при падінні на клеєву плівку звичайний промінь падає із середовища оптично більш густого у середовище оптично менш густе і, якщо підібрати кут нахилу призми  $\alpha$  так, щоб кут його падіння на клеєву плівку був більший за кут повного внутрішнього відбиття, то звичайний промінь відбивається від клеєвої плівки, а незвичайний – проходить. В результаті, при падінні на ніколь неполяризованого світла на виході воно буде повністю поляризованим.

## 7 КВАНТОВА ОПТИКА

### 7.1 Теплове випромінювання

*Випромінювання електромагнітних хвиль нагрітими тілами називається тепловим випромінюванням. Джерелом енергії для теплового випромінювання є внутрішня енергія тіла. Теплове випромінювання – єдиний вид випромінювання, який може знаходитися у рівновазі з випромінюючим тілом, тобто кількість випроміненої в одиницю часу енергії дорівнює кількості поглиненої енергії.*

Для характеристики теплового випромінювання використовують:

1. Потік енергії  $\Phi_e$  – кількість енергії, що випромінюється ї за одиницю часу

$$\Phi_e = dW/dt \quad (\text{Вт}).$$

Миттєве значення потоку енергії дорівнює першій похідній за часом від енергії, яку випромінює тіло.

2. *Інтегральна густина випромінювання тіла  $R_e$  – це потік енергії, який випромінюється одиницею площі поверхні тіла в усіх напрямках*

$$R_e = d\Phi_e / ds \quad (\text{Вт/м}^2).$$



3. Введемо  $dR_\omega$  – потік енергії, що випромінюється одиницею поверхні в інтервалі частот  $d\omega$ . Ця величина пропорційна довжині  $d\omega$  інтервалу частот

$$dR_\omega = r_\omega d\omega.$$

Коефіцієнт пропорційності  $r_\omega$  називається *спектральною густиною випромінювання тіла*

$$r_\omega = dR_\omega / d\omega \quad (\text{Дж/м}^2). \quad (7.1)$$

це потік енергії з одиниці поверхні в одиничному інтервалі частот.

З урахуванням формули (7.1) інтегральна густина випромінювання тіла визначається формулою

$$R_e = \int dR_\omega = \int r_\omega d\omega.$$

4. *Поглинальна здатність тіла  $a_\omega$*  – це відношення поглинутого потоку  $d\Phi'_\omega$  в інтервалі частот  $d\omega$  до падаючого потоку  $d\Phi_\omega$  в тому ж інтервалі частот

$$a_\omega = d\Phi'_\omega / d\Phi_\omega.$$

Якщо  $a_\omega = 1$ , тобто тіло поглинає усе падаюче на нього випромінювання і нічого не відбиває, то таке тіло називається *абсолютно чорним*.

Гарною моделлю абсолютно чорного тіла є сажа. Найкращою моделлю є внутрішня порожнеча в тілі з малим отвором. У такій порожнечі промінь світла, що потрапив усередину, багато разів перевідбивається і повністю поглинається.

## 7.2 Закони теплового випромінювання

**Закон Кірхгофа.** *Відношення випромінювальної і поглинальної здатностей не залежить від природи тіла і є для всіх тіл однією і тією ж функцією частоти і температури*

$$r_{\omega T} / a_{\omega T} = f(\omega T).$$

Для абсолютно чорного тіла (будемо помічати його параметри зіркою)  $a_{\omega T}^* = 1$  і тому

$$f(\omega T) = r_{\omega T}^*,$$

тобто універсальна функція Кірхгофа  $f(\omega T)$  є спектральною густиною випромінювання абсолютно чорного тіла. Тоді для інтегральної густини випромінювання абсолютно чорного тіла отримаємо

$$R_e^* = \int f(\omega) d\omega.$$

Графіки функції Кірхгофа залежно від довжини хвилі випромінювання для різних температур тіла наведено на рисунку 7.1.

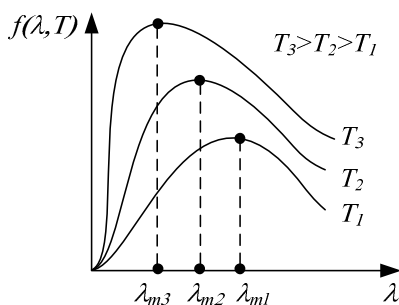


Рисунок 7.1

Перехід від  $f(\omega, t)$  до  $f(\lambda, t)$  здійснюється за формулою

$$f(\omega, t) = 2\pi c f(\lambda, t) / \omega^2.$$

При тепловому випромінюванні одночасно випромінюється увесь спектр довжин електромагнітних хвиль від 0 до  $\infty$ . Але хвилі різної довжини переносять різну енергію. Довжина хвилі, яка переносить максимальну енергію (вона відповідає максимуму функції  $f(\lambda, t)$ ) позначається  $\lambda_m$ . При збільшенні температури максимум  $f(\lambda, t)$  зміщується у область коротших довжин хвиль. Останнім і пояснюється зміна кольору металевого тіла при нагріванні від малинового до білого.

**Закон Стефана-Больцмана.** Інтегральна густина випромінювання абсолютно чорного тіла пропорційна четвертому степеню абсолютної температури

$$R_{e^*} = \sigma T^4,$$

де  $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$  (Вт/м<sup>2</sup>К) – стала Стефана-Больцмана.

**Закон Віна.** При підвищенні температури довжина хвилі  $\lambda_m$ , на яку припадає максимум функції спектрального розподілу  $f(\lambda, T)$ , зменшується, але добуток  $\lambda_m T$  залишається сталим

$$\lambda_m T = b,$$

де  $b = 2,9 \cdot 10^{-3}$  (мК) – стала Віна.

### 7.3 Формула Планка

У 1900 р. Планку вдалося знайти вигляд функції  $f(\omega, T)$ ,

$$f(\omega, t) = \frac{\hbar \omega^3}{4\pi^2 c^2} \frac{1}{e^{\hbar \omega / kT} - 1}, \quad (7.4)$$

розрахунки за якою точно збігалися з результатами дослідів. Для цього йому прийшлося зробити припущення, яке було зовсім чуже класичним уявленням і полягало в тому, що електромагнітне випромінювання породжується у вигляді окремих порцій (квантів) енергії, величина яких пропорційна частоті

$$\varepsilon = \hbar \omega$$

де  $\omega = 2\pi\nu$  – циклічна частота ( $\nu$  – частота),  $\hbar = h/2\pi$ ,  $h$  – стала Планка ( $h = 6,62 \cdot 10^{-27}$  Дж с).

Якщо випромінювання породжується порціями  $\hbar\omega$  то його енергія  $\varepsilon_n$  повинна бути кратною енергії кванта

$$\varepsilon_n = n\hbar\omega \quad (n=0,1,2,\dots).$$

Середнє за часом значення енергії випромінювання частоти  $\omega$  визначається формулою

$$\langle \varepsilon \rangle = \sum P_n \varepsilon_n = \frac{\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/kT} - 1}. \quad (7.5)$$

де  $P_n$  – ймовірність появи кванта з енергією  $\varepsilon_n$ .

Формула (7.5) дає середнє значення енергії квантового коливання. При  $\hbar \rightarrow 0$ , формула (7.5) переходить у класичну формулу середньої енергії електромагнітного коливання  $\langle \varepsilon \rangle = kT$ .

Із формули (7.4) можна отримати закони Віна і Стефана-Больцмана.

Таким чином, формула Планка (7.4) дає вичерпний опис рівноважного теплового випромінювання.

**Фотоефект. Фотони.** Зовнішнім фотоелектричним ефектом або фотоефектом називається явище виривання електронів з поверхні речовини під дією світла.

У 1905 році А.Ейнштейн розробив теорію фотоефекту, яка базується на чисто корпускулярній природі світла. Ця теорія дає слушне кількісне та якісне пояснення дослідних даних. Відповідно до уявлень Ейнштейна, світло поглинається такими самими порціями  $\hbar\omega$  (квантами), якими воно, за припущенням Планка, випромінюється. Крім цього, за Ейнштейном ці кванти можуть розповсюджуватися у просторі. Виходячи з припущення про існування квантів світла, Ейнштейн отримав рівняння фотоефекту

$$\hbar\omega = A + \frac{mV_{\max}^2}{2}.$$

Відповідно до цього рівняння енергія падаючого фотона  $\hbar\omega$  витрачається на виконання електроном роботи виходу  $A$  із металу і

на надання йому кінетичної енергії  $E_k = \frac{mV_{\max}^2}{2}$ . Робота виходу - найменша енергія, яку потрібно надати електрону, щоб вилучити його з твердого тіла або рідини у вакуум.

Згідно з гіпотезою світлових квантів Ейнштейна *світло випромінюється, поширюється і поглинається дискретними порціями*, які отримали назву фотонів. Енергія фотона  $\epsilon = \hbar\omega$ . Імпульс фотона

$p = \frac{\hbar\omega}{2\pi c} = \hbar k$ . Фотон, подібно до будь-якої частинки, має енергію та імпульс.

**Ефектом Комптона** називається явище зміни довжини хвилі короткохвильового електромагнітного випромінювання (рентгенівського та гамма) при розсіянні на вільних або слабко зв'язаних електронах речовини  $\Delta\lambda$ .

Дослід Комптона показав, що в розсіяному випромінюванні поряд з початковою довжиною хвилі  $\lambda$  є також промені з більшою довжиною хвилі  $\lambda'$ . Описати ефект Комптона можна розглядаючи взаємодію частинок як пружне зіткнення, при якому виконуються закони збереження енергії і імпульсу. При цьому отримують два рівняння, розв'язок яких дає величину зміни довжини хвилі  $\Delta\lambda$  :

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \lambda_c(1 - \cos\theta), \quad \text{де } \lambda_c = 2\pi\hbar/mc.$$

В явищі Комптона корпускулярні властивості світла проявляються найяскравіше.

## 8 КВАНТОВА МЕХАНІКА

### 8.1 Гіпотеза де-Бройля

В явищах випромінювання та поглинання світла, фотоефекту проявляються властивості світла притаманні частинкам (корпускулам). Таким чином можна стверджувати, що світло має двоїсту корпускулярно-хвильову природу.

**Хвильові властивості речовини.** У 1924 р. де-Бройль висунув гіпотезу, що двоїста природа притаманна не тільки світлу, а й мікро-частинкам.

Фотон має енергію і імпульс

$$\varepsilon = h\nu, \quad p = h/\lambda.$$

Енергія і імпульс відбивають його корпускулярні властивості, а частота  $\nu$  і довжина  $\lambda$  – хвильові властивості.

За ідеєю де-Бройля рух будь-якої частинки пов'язаний з поширенням плоскої хвилі

$$\psi = ae^{-i(\omega t - kx)}, \text{ довжина якої } \lambda = h/p, \quad (8.1)$$

а частота –  $\nu = \varepsilon/h$ .

Ці хвилі спочатку називали хвилями де-Бройля, а потім вони отримали назву хвиль матерії. Гіпотезу де-Бройля невдовзі було блискуче підтверджено експериментально в досліді з проходження електронного пучка через металеву фольгу (див. рис. 8.1, а).

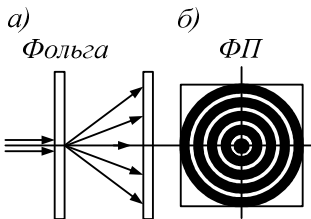


Рисунок 8.1

Прискорений пучок електронів проходить через тонку металеву фольгу і потрапляє на фотопластину (ФП). Електрон при співударі з фотопластиною чинить на неї таку ж дію, як фотон, тобто засвітлює місце попадання. Пучок електронів розсіюється металеву фольгою і дає дифракційну карти-

ну, аналогічну до тієї, що має місце при падінні на фольгу рентгенівського випромінювання, яка приведена на рис. 8.1, б). При цьому дифракційна картина відповідає довжині хвилі

$$\lambda = h/mv,$$

де  $v$  – швидкість електронів, тобто збігається з довжиною хвилі де-Бройля (8.1).

Таким чином, матерія двоїста, тобто частинки речовини одночасно мають і корпускулярні, і хвильові властивості.

## 8.2 Рівняння Шредінгера

В зв'язку з тим, що частинки мають хвильові властивості, виникла потреба побудувати механіку, яка б враховувала хвильові властивості частинок, отже рівняння такої механіки повинно бути хвильовим рівнянням. Ця механіка отримала назву квантової механіки.

Основним рівнянням квантової механіки є рівняння Шредінгера

$$-\frac{\hbar}{2m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + U\Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} . \quad (8.2)$$

де  $m$  – маса частинки;

$U$  – потенціальна енергія частинки у силовому полі, в якому вона рухається;

$\Psi = \Psi(x, t)$  – хвильова функція.

Рівняння (8.2) являє собою одновимірне часове рівняння Шредінгера. Для стаціонарних станів, тобто станів, що не змінюються в часі, рівняння Шредінгера має вигляд

$$\frac{d^2 \Psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \Psi = 0 , \quad (8.3)$$

де  $E$  – повна енергія частинки;

$\Psi = \Psi(z)$  – хвильова функція, що залежить тільки від координати і визначає стан частинки.

*Фізичний зміст хвильової функції полягає в тому, що квадрат її модуля визначає густину ймовірності знаходження частинки у відповідному місці простору. Тоді ймовірність  $dP$  того, що частинка буде знайдена в межах об'єму  $dV$ , визначається формулою*

$$dP = |\Psi|^2 dV .$$

**Співвідношення невизначеностей.** Квантова механіка має статистичний характер. Вона не дозволяє визначити місцезнаходження частинки в просторі або траєкторію, по якій рухається частинка. У застосуванні до мікрочастинок поняття певного місцеположення і траєкторії взагалі відсутні, оскільки рух уздовж певної траєкторії не сумісний з хвильовими властивостями частинок.

Степінь точності, з якою до частинки можна застосувати уявлення про певне положення її у просторі, дається співвідношенням невизначеностей. Згідно з цим співвідношенням частинка не може одночасно мати точне значення координати і відповідне цій координаті значення імпульсу. Математичне формулювання цього принципу має вигляд

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar ,$$

де  $\Delta x$  – невизначеність (абсолютна похибка) координати;  $\Delta p_x$  – невизначеність імпульсу вздовж цієї координати.

Із співвідношення невизначеностей випливає, що чим точніше визначена одна з величин (координата або імпульс уздовж цієї координати), тим більшою стає невизначеність (похибка) іншої величини.

**Квантування енергії.** Відповідно до свого фізичного змісту хвильова функція  $\Psi(x,y,z)$  повинна бути однозначною, кінечною і безперервною у всій області визначення  $x,y,z$ . Рівняння Шредінгера має розв'язок, який задовольняє цим умовам, не при будь-яких значеннях енергії  $E$ , а лише при певних визначених значеннях, які називають *власними значеннями* енергії для конкретної квантової системи.

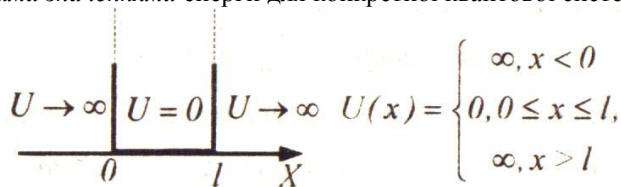


Рисунок 8.2

Визначимо власні значення енергії і відповідні власні функції для частинки, яка рухається в нескінченно глибокій одновимірній потенціальній ямі вздовж осі  $x$  (див. рис.8.2,а). Рух частинки обмежений непроникними для частинки стінками:  $x=0$  та  $x=l$ . Потенціальна енергія  $U$  в цьому випадку дорівнює нулю всередині ями при  $0 \leq x \leq l$  і перетворюється на нескінченність за її межами при  $x \leq 0$  та  $x \geq l$ . Всередині ями  $U=0$  і  $\Psi$  - функція має задовольняти рівнянню

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E\Psi = 0.$$

За межами ями  $\Psi = 0$ . Розв'язком диференціального рівняння другого порядку є функції  $\sin$  або  $\cos$ . Запишемо розв'язок у вигляді

$$\Psi = a \sin kx, \quad (8.3)$$

$$\text{де } k^2 = \frac{2m}{\hbar^2} E.$$

Підкоряючи  $\Psi$  -функцію (8.3) на межах розподілу граничним умовам, які впливають з вимог неперервності

$$\Psi(0) = \Psi(l) = 0,$$

отримуємо власні значення енергії частинки

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} n^2, \quad (n=1,2,3,\dots). \quad (8.4)$$

Отже, енергія частинки у заданому силовому полі квантована, тобто змінюється не безперервно, а дискретно квантами (порціями) енергії з певним для даного силового поля (яке описується потенціаль-

ною енергією  $U$ ) законом квантування. Крім енергії частинки, виявляються квантованими також і інші її характеристики (момент імпульсу, тощо).

### 8.3 Атом водню

В атомі електрони знаходяться у тривимірній потенціальній ямі. Задачу про рух електрона в тривимірній ямі можна розв'язати базуючись на розв'язку одновимірної задачі, застосовуючи метод розділу змінних. Він полягає в тому, що  $\Psi$ -функція  $\Psi = \Psi(x, y, z)$  представляється у вигляді добутку  $\Psi = \Psi_1(x) \Psi_2(y) \Psi_3(z)$  і тривимірна задача розпадається на три незалежних одновимірних.

**Енергія атома.** В атомі водню потенціальна енергія

$$U = -Ze^2/r,$$

де  $e$  – заряд електрона;

$r$  – відстань електрона від ядра;

$Z$  – ціле число.

Якщо  $Z=1$  – це атом водню, а при  $Z \neq 1$  – воднеподібний атом, тобто атом будь-якого елемента в якого відщеплені всі електрони, крім одного.

Рівняння Шредінгера в тривимірній (сферичній) системі координат для стаціонарних станів воднеподібного атома має розв'язок в наступних випадках:

1) При будь-яких позитивних значеннях енергії електрона  $E$ . Цей випадок відповідає вільному електрону, що пролітає поблизу ядра і йде знову на нескінченність (див. рис.8.3).

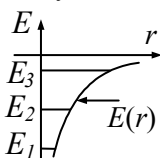


Рисунок 8.3

2) При дискретних від'ємних значеннях. Цей випадок відповідає електрону, що знаходиться у межах атома. Енергія електрона при цьому визначається формулою

$$E_n = -me^4 Z^2 / 2\hbar^2 n^2 \quad (n=1, 2, 3, \dots).$$

**Квантові числа.** Хвильові функції  $\Psi_{n,l,m}$ , що відповідають значенням енергії  $E_n$ , містять три цілочисельні параметри:

- 1)  $n$  – головне квантове число, яке приймає цілочисельні значення  $n=1, 2, 3, \dots$ ;
- 2)  $l$  – азимутальне квантове число, яке при заданому головному числі  $n$  приймає цілочисельні значення  $l=0, 1, 2, 3, \dots, n-1$  – всього  $n$  значень;



3)  $m$  – магнітне квантове число, яке при заданому азимутальному числі  $l$  приймає цілочисельні значення  $m = -l, \dots, 0, \dots, +l$ . – всього  $2l+1$  значень.

Таким чином, кожному значенню енергії  $E_n$  відповідає кілька хвильових функцій  $\psi_{n,l,m}$ , що відрізняються квантовими числами  $l$  і  $m$ . Стани з однаковою енергією називаються виродженими. Кратність виродження дорівнює

$$\sum_{l=0}^{n-1} (2l+1) = n^2.$$

Азимутальне квантове число  $l$  визначає орбітальний, тобто пов'язаний з рухом по орбіті навколо ядра, момент імпульсу електрона в атомі. Закон квантування моменту імпульсу електрона  $M_e = \hbar \sqrt{l(l+1)}$ .

Магнітне квантове число  $m$  визначає проекцію орбітального моменту імпульсу на вектор  $\vec{B}$  магнітного поля. Закон квантування  $M_B = m\hbar$ .

Таким чином, орбітальний момент імпульсу електрона в атомі і його проекція на напрямок магнітного поля, як і енергія, є квантованими, тобто змінюються дискретно кожна відповідно до свого закону квантування.

В атомній фізиці стан електрона в атомі з різними значеннями азимутального квантового числа прийнято позначати літерами.

$l=0$  –  $s$ -стан,

$l=1$  –  $p$ -стан,

$l=2$  –  $d$ -стан,

$l=3$  –  $f$ -стан.

Потім  $g, h$  і далі за латинською абеткою. Наприклад, якщо стан електрона  $3p$ , то це означає, що  $n=3, l=1$ .

**Переходи електронів за енергетичним спектром.** Схему рівнів енергії (енергетичний спектр) зручно представити у вигляді, що поданий на рисунку 8.4.

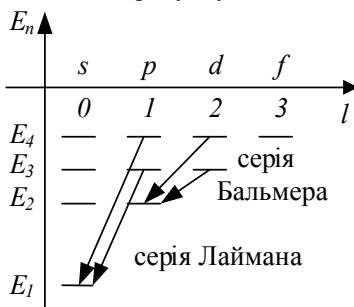


Рисунок 8.4

Випромінювання і поглинання енергії атомом водню відбувається при переходах електрона із стану з одним значенням енергії  $E_n$  у стан з іншим значенням енергії (коротко кажучи – при переходах електрона з одного енергетичного рівня на інший).

Можливі тільки такі переходи, для яких азимутальне квантове число  $l$  змінюється на одиницю:

$$\Delta l = \pm 1. \quad (8.5)$$

Умова (8.2) називається *правилом відбору* і є наслідком закону збереження моменту імпульсу при випромінюванні й поглинанні фотона.

**Сpektри випромінювання і поглинання.** Переходи  $np \rightarrow ls$  ( $n=2,3,\dots$ ) утворюють серію ліній випромінювання, яка називається серією Лаймана. Переходи електрона  $ns \rightarrow 2p$ ,  $nd \rightarrow 2p$ ,  $np \rightarrow 2s$  ( $n=3,4,\dots$ ) утворюють серію ліній випромінювання, яка називається серією Бальмера. Стан  $1s$  – стан з мінімальною енергією – називається основним станом.

Атом поглинає (і випромінює) тільки ті фотони, енергія яких точно відповідає різниці енергії двох його рівнів. Спектр поглинання (з основного стану)  $1s \rightarrow np$  ( $n=2,3,\dots$ ).

### 8.4 Багатоелектронні атоми

В атомах, що містять кілька електронів, кожний з електронів рухається в усередненому полі ядра і решти електронів. Енергетичні рівні електрона в такому центрально симетричному полі залежать не тільки від головного квантового числа  $n$ , але і від азимутального  $l$ . Момент імпульсу атома в цілому складається з моментів імпульсу електронів, що входять до складу атома. Переходи в енергетичній схемі рівнів атома підкоряються такому правилу відбору: можливі лише такі переходи, при яких момент імпульсу атома змінюється на одиницю  $\Delta L = \pm 1$ .

**Спін електрона.** Якщо атоми, що випромінюють світло, помістити в магнітне поле, то лінії випромінювання у спектрі випромінювання цього атома розщеплюються на кілька окремих ліній. Для пояснення структури спектрів у 1925 р. була висунута гіпотеза про те, що електрон має власний момент імпульсу  $M_s$ , не пов'язаний з рухом електрона орбітою. Цей власний момент імпульсу електрона було названо спіном. Спін слід вважати внутрішньою властивістю, яка притаманна електрону, подібно до того, як йому притаманні заряд і маса. Величина власного моменту імпульсу мікрочастинки визначається квантовим числом  $s$ :

$$M_s = \hbar \sqrt{s(s+1)}.$$

Для електрона  $S=1/2$ ;  $M_s = \hbar\sqrt{3}/2$ .

Проекція спіна на напрямок вектора індукції  $\vec{B}$  магнітного поля

$$M_{S_B} = m_s \hbar,$$

де спінове квантове число електрона  $m_s = \pm s = \pm 1/2$ .

Повний момент імпульсу  $M_j$  електрона в атомі складається з орбітального  $M_e$  і спінового  $M_s$ .

$$M_j = M_e + M_s.$$

З механічними моментами пов'язані магнітні моменти, які взаємодіють один з одним подібно до того, як взаємодіють два контури із струмом. Енергія цієї взаємодії (яка називається спін-орбітальною взаємодією) залежить від взаємної орієнтації орбітального і спінового моментів.

### 8.5 Розподіл електронів у атомі за енергетичними рівнями

Отже, стан електрона в атомі характеризується чотирма квантовими числами:

- 1) головне  $n=1,2,3\dots$  (будь-яке ціле);
- 2) азимутальне  $l=0,1,2,\dots,n-1$  – всього  $n$  значень;
- 3) магнітне  $m_l = -l, \dots, 0, \dots, +l$  – всього  $2l+1$  значень;
- 4) спінове  $m_s = \pm 1/2$  – всього два значення.

Енергія в основному визначається квантовими числами  $n$  і  $l$ . Крім того, має місце слабка залежність від  $m_l$  і  $m_s$ .

Заселення енергетичних рівнів, тобто розподіл електронів за станами з різними значеннями енергії, підкоряється двом принципам:

**1. Принцип Паулі.** В одному і тому ж атомі не може бути двох електронів, що мають однакову сукупність чотирьох квантових чисел  $n, l, m_l, m_s$ .

**2. Принцип мінімуму енергії.** У незбудженому стані атома електрони повинні розташовуватися на самих низьких досяжних для них енергетичних рівнях.

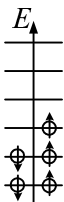


Рисунок 8.5

На рисунку 8.5 наведена схема заселеності енергетичних рівнів літію ( $Z=5$ ) у незбудженому стані (тобто з мінімумом енергії). Такий стан атома має назву основного стану. Рівні відрізняються квантовими числами  $n, l, m_l$ . Тоді на кожному рівні (тобто у стані із заданою енергією) знаходиться по два електрони з протилежно орієнтованими спінами, оскільки спінове квантове число приймає тільки

два значення  $m_s = \pm 1/2$ . Сукупність електронів атома, що мають однакові значення квантового числа  $n$ , утворює оболонку. Кількість електронів у оболонці

$$N_{об} = 2n^2. \quad (8.6)$$

Сукупність електронів з однаковими головними квантовими числами  $n$ , але різними значеннями  $l$  утворює підоболонку. Кількість електронів в підоболонці  $N_{no} = 2(2l + 1)$ . Згідно з (8.6) в оболонці з  $n=1$  може знаходитись два електрони, в другій - 8, в третій - 18 і т.д. Це відповідає числу елементів у періоді періодичної системи елементів, тобто принцип Паулі пояснює це число максимальною кількістю електронів, які можуть знаходитися в черговій оболонці.

## 9 ЕЛЕМЕНТИ ФІЗИКИ ТВЕРДОГО ТІЛА

Предметом вивчення цього розділу є властивості твердих тіл, які обумовлені рухом електронів - це перш за все провідність твердих тіл.

### 9.1 Розподіл електронів за енергіями. Енергія Фермі

Як вже відомо розподіл електронів в атомі підпорядковується принципу Паулі. При об'єднанні атомів у кристал останній можна розглядати як гігантську молекулу, в якій електрони всіх атомів узагальнені і яку можна вважати єдиною квантово механічною системою. Стан електрона в кристалі також описується чотирма квантовими числами, але інакшими ніж в атомі:

$$n_x, n_y, n_z = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad m_s = \pm \frac{1}{2}.$$

Електрони провідності в металі можна розглядати як ідеальний газ, що описується функцією розподілу Фермі - Дірака. Середнє число електронів у квантовому стані на енергетичному рівні з енергією  $E$  дорівнює

$$w = \frac{1}{e^{\frac{E-E_F}{kT}} + 1},$$

де  $E_F$  – рівень Фермі – найвищий енергетичний рівень, зайнятий електроном при абсолютному нулі температури;

$W$  – ймовірність заповнення даного рівня.

При температурі  $T=0K$  електрони заповнюють всі рівні від найнижчого до рівня Фермі, а стани з  $E > E_F$  - вільні.

## 9.2 Розщеплення енергетичних рівнів. Виникнення енергетичних зон

Основні теоретичні ідеї при розгляді системи, що складається з великої кількості атомів, залишаються незмінними. Тому перш за все, робимо такий висновок: *у системі, що складається з  $N$  атомів, число квантових станів повинно бути в  $N$  разів більше ніж у вільного атома, тільки в цьому випадку можна задовольнити принципу Паулі.*

Спектральні дослідження говорять про те, що суттєві зміни торкаються лише зовнішніх, валентних електронів. Таким чином, квантовий стан твердого тіла тісно пов'язаний з квантовим станом атома. Зв'язок квантових станів тіла і атома виражається наступним правилом: тіло з  $N$  атомів має в  $N$  раз більше енергетичних рівнів ніж окремих атом. При об'єднанні атомів в тверде тіло енергетичні стани електронів змінюються. Періодичне електричне поле кристалічної ґратки, взаємодія між атомами суттєво впливають на енергетичні рівні електронів у твердому тілі. Результатом цього впливу є розщеплення рівнів електронів. Замість одного рівня, однакового для всіх  $N$  ізольованих атомів, в твердому тілі виникає  $N$  близько розташованих рівнів, які утворюють смугу або зону дозволених енергетичних рівнів ( див. рис. 9.1).

**Виникнення енергетичних зон.** Фізичні властивості кристалів визначаються в основному верхніми зонами, в яких ще є електрони. Енергетичний інтервал між "дном" (мінімумом енергії) верхньої зони, в якій ще є електрони, і "стелею" (максимумом енергії) попередньої повністю заповненої зони називається *забороненою зоною*. Дозволені зони в твердому тілі можуть бути заповнені повністю, частково, або бути вільними. Залежно від цього тверді тіла ділять на провідники, напівпровідники та діелектрики.

Якщо при  $T=0$  всі зони, в яких є електрони, заповнені повністю, а наступна "пуста" *дозволена зона* відділена від даної широкою забороненою зоною (ширина забороненої зони  $\Delta E \sim 3$  eV) то кристал є діелектриком ( Рис. 9.2), якщо  $\Delta E \leq 1$  eV – напівпровідником.

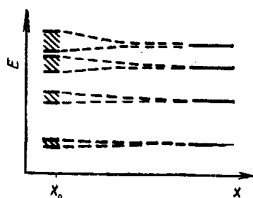


Рисунок. 9.1

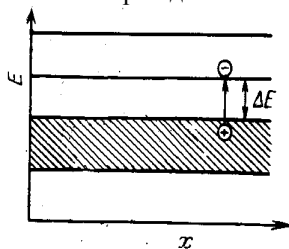


Рисунок 9.2

Остання, повністю заповнена зона називається валентною зоною, наступна дозволена зона вільна від електронів – зоною провідності.

Якщо верхня зона, в якій ще є електрони, заповнена частково ( $\Delta E = 0$ ), то це провідник, метал, наприклад Li, Na та інші (рис. 9.3). Можливе часткове перекриття дозволених зон, що також характерно для металів (рис. 9.4).

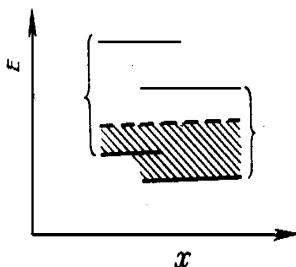


Рисунок 9.3

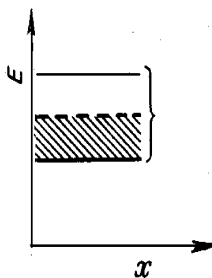


Рисунок 9.4

## 10 ЯДЕРНА ФІЗИКА

### 10.1 Атомне ядро

**Склад і характеристика атомного ядра.** Ядра атомів складаються з двох видів елементарних частинок – *протонів і нейтронів* (їх загальна назва – *нуклони*). Протон (позначається  $p$ ) має масу

$$m_p = 1836 m_e$$

і заряд  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл (елементарний заряд).

Нейтрон (позначається  $n$ ) має масу

$$m_n = m_p + 2,5 m_e$$

і його заряд  $q_n = 0$ .

Характеристики атомного ядра:

1.  $Z$  – атомний номер або зарядове число, дорівнює кількості протонів і визначає заряд ядра ( $+Ze$ );
2.  $A$  – масове число, дорівнює числу нуклонів;
3.  $N$  – число нейтронів у ядрі

$$A = Z + N.$$

Умовне позначення ядра  ${}^A_Z X$ .

Більшість хімічних елементів мають по декілька різновидів – *ізотопів*, які відрізняються значенням масового числа  $A$ . Наприклад, ізотопи водню:  ${}^1_1H$  – звичайний водень (р),  ${}^2_1H$  – дейтерій (d),  ${}^3_1H$  – тритій (t). Ізотопи кисню  ${}^{16}_8O$ ,  ${}^{17}_8O$ ,  ${}^{18}_8O$ .

Таким чином ізотопи – це ядра з однаковим числом протонів.

Ядра з однаковим масовим числом  $A$  мають назву *ізобари* ( ${}^{40}_{18}Ar$ ,  ${}^{40}_{20}Ca$ ).

Ядра з однаковою кількістю нейтронів називаються *ізотонами* ( ${}^{13}_6C$ ,  ${}^{14}_7N$ ).

Радіус ядра з достатньою точністю визначається за формулою

$$r = 1,2 A^{1/3} \text{ (фермі)}.$$

1 фермі =  $10^{-15}$  м – ядерний розмір.

Об'єм ядра пропорційний кількості нуклонів у ядрі.

**Дефект маси і енергія зв'язку ядра.** Маса спокою ядра  $m_{\text{я}}$  завжди менша суми мас частинок, які входять до складу ядра. Це обумовлено тим, що при об'єднанні нуклонів у ядро виділяється *енергія зв'язку* нуклонів один з одним. *Енергія зв'язку  $E_{\text{зв}}$  дорівнює роботі, яку потрібно виконати, щоб розділити нуклони, які утворюють ядро.* Таким чином енергія ядра менша за енергію системи невзаємодіючих нуклонів на величину енергії зв'язку. Зменшення енергії  $\Delta E$  повинно супроводжуватися еквівалентним зменшенням маси  $\Delta m = \Delta E/c^2$ . Отже енергія зв'язку нуклонів у ядрі

$$E_{\text{зв}} = c^2 \{ [Z m_p + (A - Z)m_n] - m_{\text{я}} \}. \quad (10.1)$$

Для гелію  ${}^4_2He$

$$E_{\text{зв}} = 28,4 \text{ Мев} \quad (1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}).$$

Енергія зв'язку на один нуклон  $E_{\text{зв}}/A = 7,1 \text{ МеВ}$ , а енергія зв'язку валентних електронів, наприклад,  $\sim 10 \text{ еВ}$ , тобто у  $10^6$  раз менша.

Із зростанням масового числа  $A$  питома енергія зв'язку ( $\mathcal{E}_{\text{зв}} = E_{\text{зв}}/A$ ) зменшується (див. рис. 10.1). Для урану ( $A = 240$ ) вона становить  $7,5 \text{ МеВ} / \text{нуклон}$ . Сильніший за всіх зв'язок нуклонів у ядрах з масовими числами  $50-60$ ,  $E_{\text{зв}}/A = 8,7 \text{ МеВ} / \text{нуклон}$ .

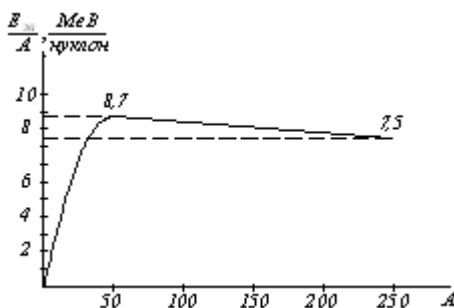


Рисунок 10.1

Така залежність питомої енергії зв'язку від масового числа робить енергетично вигідними (тобто з виділенням енергії) два процеси:

- а) поділ важких ядер на кілька більш легких;
- б) об'єднання (синтез) легких ядер в одне.

Обидва ці процеси повинні супроводжуватися виділенням великої кількості енергії. Так, наприклад, поділ одного ядра з масовим числом  $A = 240$  (питома енергія зв'язку 7,5 MeV) на два ядра з масовими числами  $A = 120$  (питома енергія зв'язку 8,5 MeV) приводить до вивільнення енергії у 240 MeV, а в перерахуванні на один нуклон 1 MeV.

При злитті двох ядер важкого водню  ${}^2_1\text{H}$  в ядро атома гелію  ${}^4_2\text{He}$  повинна виділятися енергія у 24 MeV, а в перерахуванні на один нуклон 6 MeV. Тобто злиття (синтез) легких ядер у 6 разів вигідніше за поділ важких ядер.

Для порівняння нагадаємо, що при з'єднанні одного атома вуглецю з двома атомами кисню (згорання вугілля до  $\text{CO}_2$ ) виділяється енергія  $\sim 5$  eV, тобто при поділі важких ядер, або злитті легких ядер виділяється енергії в мільйони разів більше.

Величезна енергія зв'язку нуклонів у ядрі свідчить про те, що між нуклонами в ядрі має місце дуже інтенсивна взаємодія. Ця взаємодія має характер притягання і утримує нуклони на відстані  $\sim 10^{-15}$  м один від одного.

*Ядерна взаємодія між нуклонами отримала назву сильної взаємодії.*



## 10.2 Радіоактивність

Радіоактивність – це спонтанне перетворення нестійких ізотопів одного хімічного елемента в інший, яке супроводжується випромінюванням елементарних частинок і ядер. До числа основних таких перетворень відносяться: 1)  $\alpha$  - розпад, 2)  $\beta$  - розпад, 3) протонна радіоактивність, 4) спонтанний поділ важких ядер.

Радіоактивність, що спостерігається в ізотопів, які існують у природних умовах, називається природною. Радіоактивність ізотопів, що отримані шляхом ядерних реакцій, називається штучною. Між природною і штучною радіоактивністю немає принципової різниці. Процес радіоактивного перетворення в обох випадках підпорядковується однаковим законам.

Для кожного ядра має місце імовірність  $\lambda$  того, що ядро зазнає перетворення в одиницю часу. Отже якщо радіоактивна речовина містить  $N$  атомів, то кількість атомів  $dN_{\text{роз}}$ , які зазнають перетворення у деякий час  $dt$ , буде пропорційна числу наявних ядер і проміжку часу

$$dN = -\lambda N dt. \quad (10.2)$$

Інтегруючи (10.2), отримаємо

$$\ln N = -\lambda t + \text{const},$$

звідки впливає закон радіоактивного розпаду:

$$N = N_0 e^{-\lambda t},$$

де  $N_0$  – кількість ядер, які не розпалися в початковий момент часу,  $N$  – кількість ядер, які не розпалися в момент часу  $t$ ,  $\lambda$  – характерна для радіоактивної речовини константа, яка називається сталою розпаду. Таким чином, кількість радіоактивних атомів зменшується з часом за експоненціальним законом.

Кількість ядер, які розпалися за час  $t$  визначається виразом

$$N_{\text{роз}} = N_0 - N = N_0(1 - e^{-\lambda t}).$$

Час, за який розпадається половина початкової кількості атомів, називається *періодом піврозпаду*  $T$ . Величина  $T$  визначається умовою

$$\frac{1}{2} N_0 = N_0 e^{-\lambda T},$$

звідки

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}.$$

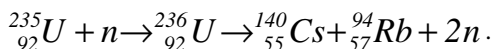
Період піврозпаду для відомих у наш час радіоактивних речовин коливається в межах від  $3 \cdot 10^{-7}$  с до  $5 \cdot 10^{15}$  років.

Може так трапитися, що ядра, які виникають у результаті радіоактивного перетворення початкового ядра, у свою чергу, будуть радіоактивними і будуть розпадатися. Нові продукти розпаду можуть також бути радіоактивними. У результаті виникає ціла низка радіоактивних перетворень. У природі існують радіоактивні ряди, родоначальниками яких є  $^{238}\text{U}$  (ряд урану),  $^{232}\text{Th}$  (ряд торію),  $^{235}\text{U}$  (ряд актиноурану). Кінцевим продуктом у всіх трьох випадках є ізотопи свинцю. У першому випадку –  $^{206}\text{Pb}$ , у другому –  $^{208}\text{Pb}$ , у третьому –  $^{207}\text{Pb}$ .

### 10.3 Ядерні реакції

**Поділ ядер.** У 1938 р. німецькі вчені Ган і Штрассман відкрили, що при опромінюванні урану нейтронами виникають елементи – барій і лантан. Це пояснюється тим, що ядро урану, яке захопило нейтрон, зазнає поділу на дві частини, які дістали назву уламків поділу. Поділ може проходити різними шляхами, однак більш ймовірним є поділ на уламки, маси яких відносяться як 2 до 3.

Енергія зв'язку, яка припадає на один нуклон, в уламків значно більша, ніж у важких ядер. Звідси випливає, що поділ важких ядер супроводжується виділенням великої кількості енергії. Важливим виявилось також те, що при поділі кожного ядра звільняються декілька нейтронів. У середньому на кожний акт поділу приходить 2,5 нейтрона. Один із шляхів, за яким здійснюється поділ, виглядає таким чином:



Крім урану, при опромінюванні нейтронами поділяються також торій  $^{90}\text{Th}$  і протоактиній  $^{91}\text{Pa}$ , а також трансурановий елемент плутоній  $^{94}\text{Pu}$ .

Ядра  $^{235}\text{U}$  і  $^{239}\text{Pu}$  діляться нейтронами будь-яких енергій, але особливо добре – повільними нейтронами. Ядра  $^{238}\text{U}$  поділяються тільки швидкими нейтронами (з енергією не менше 1 МеВ). При менших енергіях нейтрони поглинаються ядрами  $^{238}\text{U}$  без їх поділу. Такий процес називається *радіоактивним захопленням*. Виникнення при поділі ядер  $^{235}\text{U}$ ,  $^{239}\text{Pu}$ ,  $^{233}\text{U}$  кількох нейтронів робить можливим здійснення *ланцюгової ядерної реакції*. Дійсно, з нейтронів, що

були народжені при поділі одного ядра, можуть викликати поділ з ядер і в результаті буде народжено  $z^2$  нових нейтронів, які викличуть поділ  $z^2$  ядер і т.д. Таким чином, кількість нейтронів, які народжуються в кожному поколінні, зростає у геометричній прогресії. Процес розмноження нейтронів у речовині, що поділяється, протікає дуже швидко. Через скінченність розмірів тіла і великої проникаючої здатності нейтронів багато які з них покинуть зону реакції раніше, ніж вони будуть захоплені. Відносна частка нейтронів, що вилітають з тіла, зменшується з збільшенням маси.

Природний уран містить 99,3% ізоотопу  $^{238}\text{U}$  і 0,7%  $^{235}\text{U}$ . Таким чином, на кожне ядро  $^{235}\text{U}$ , яке поділяється під дією повільних нейтронів, припадає 140 ядер  $^{238}\text{U}$ , які захоплюють не занадто швидкі нейтрони без поділу. Тому в природному стані ланцюгова реакція не виникає.

Ланцюгову ядерну реакцію в урані можна здійснити двома шляхами. Перший полягає у виділенні з природного урану ізоотопу  $^{235}\text{U}$ , який ділиться повільними нейтронами.

У шматку чистого  $^{235}\text{U}$  кожний захоплений ядром нейтрон викликає поділ з народженням у середньому 2,5 нових нейтронів. Однак, якщо маса такого шматка менша певного критичного значення то більшість народжених нейтронів вилітає назовні, не викликаючи поділ, так що ланцюгова реакція не виникає. При масі, яка більша критичної, нейтрони швидко розмножуються і реакція набуває вибухового характеру. На цьому засновано дію ядерної бомби.

### **10.4 Ядерні реактори**

Інший спосіб здійснення ланцюгової реакції використовується в ядерних реакторах. У ректорах використовується природний (або трохи збагачений ізоотопом  $^{235}\text{U}$ ) уран. Щоб попередити радіаційний захват нейтронів ураном  $^{238}\text{U}$ , порівняно невеликі блоки речовини, яка поділяється, розміщують на деякій відстані один від іншого, а проміжки між блоками речовини заповнюють сповільнювачем, тобто речовиною, в якій нейтрони сповільнюються до теплових швидкостей.

Сповільнення нейтронів здійснюється за рахунок пружного розсіяння. У цьому випадку енергія, що витрачається частинкою, яка сповільнюється, залежить від частинок, які стикаються. Максимальна

кількість енергії витрачається у випадку, якщо однакові частинки мають однакову масу.

У реакторах на сповільнених нейтронах, використовують паліне, збагачене ізотопом ( $^{235}\text{U}$  або  $^{239}\text{Pu}$ ).

На рисунку 10.2 показано схему реактора на уповільнених нейтронах. Цифрою 1 позначено сповільнювач – графіт, 2 – блоки з урану, 3 – стрижні, які містять кадмій або берилій, 4 – біологічний захист. Ці стрижні служать для регулювання процесу в реакторі. Кадмій і берилій інтенсивно поглинають нейтрони. Тому введення стрижнів у реактор зменшує коефіцієнт розмноження нейтронів, їх виведення – збільшує. Спеціальний автоматичний пристрій, який керує стрижнями, дозволяє підтримувати розвинену в реакторі потужність на заданому рівні.

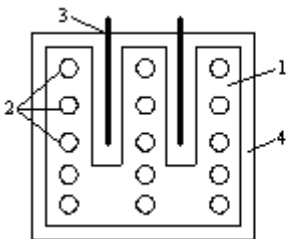


Рисунок 10.2

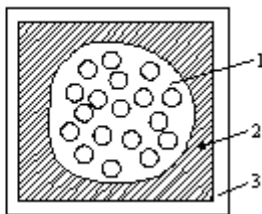
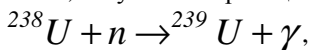


Рисунок 10.3

Був побудований реактор на швидких нейтронах, схема якого наведена на рисунку 10.3, де 1 – активна зона з плутонієвих стрижнів; 2 – природний уран  $^{238}\text{U}$ ; 3 – біологічний захист. Ядра плутонію добре поділяються швидкими нейтронами і підтримують ланцюгову реакцію, тому сповільнювач не потрібний. У природному урані нейтрони, які вилетіли з активної зони, вступають в реакцію



тобто перетворюють уран на плутоній.

### 10.5 Термоядерні реакції

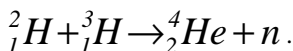
Синтез ядер, тобто злиття легких ядер в одне ядро, супроводжується, як і поділ важких ядер, виділенням великої кількості енергії. Оскільки для синтезу ядер необхідні високі температури, цей процес називається *термоядерною реакцією*.

Щоб подолати потенціальний бар'єр, обумовлений кулонівським відштовхуванням, ядра з порядковими номерами  $z_1$  і  $z_2$  повинні мати енергію

$$E = \frac{z_1 z_2 e^2}{r_j},$$

де  $r_j$  – радіус дії ядерних сил, який дорівнює  $\sim 2 \cdot 10^{-15}$  м. Навіть для самих легких ядер з  $z_1 = z_2 = 1$  ця енергія складає  $E = 0,7$  МеВ. На частку кожного із ядер, які співударяються, припадає половина цієї величини. Середній енергії теплового руху, яка дорівнює  $0,35$  МеВ, за формулою  $E = kT$  відповідає температура  $\sim 2 \cdot 10^9$  К. Однак синтез легких ядер може протікати і при значно менших температурах. через розподіл частинок за швидкостями є деяка кількість ядер, енергія яких значно перевищує середнє значення. Тому деякі термоядерні реакції протікають вже при температурах  $\sim 10^7$  К.

Найпростіше створити умови для синтезу ядер дейтерію  ${}^2_1\text{H}$ , тритію  ${}^3_1\text{H}$ :



Ця реакція супроводжується виділенням енергії у  $17,6$  МеВ, що складає  $\sim 3,5$  МеВ на нуклон. Для порівняння вкажемо, що поділ ядра урану приводить до вивільнення  $\sim 0,85$  МеВ на нуклон.

Для реалізації керованої термоядерної реакції необхідно досягти і підтримувати в деякому об'ємі температуру  $\sim 10^8$  К ( $100$  мільйонів градусів). При таких високих температурах речовина являє собою повністю іонізований газ – плазму. На шляху здійснення керованої термоядерної реакції стоять великі труднощі. Поряд з необхідністю отримання надзвичайно високих температур, виникає проблема утримання плазми в заданому об'ємі. Доторкання плазми до стінок об'єму приведе до її охолодження. Крім того, стінка з будь-якою речовини при такій температурі негайно випариться.

Для того, щоб термоядерна реакція протікала з великим виділенням енергії, потрібно ще мати необхідну концентрацію ядер дейтерію і тритію в одиниці об'єму (інакше кажучи, потрібну густину плазми). Ці дві величини взаємопов'язані: чим вище концентрація ядер атомів, тим менше часу необхідно утримувати плазму і, навпаки. Чисельно ця залежність виявляється *критерієм Лоусона*: для кожної термоядерної реакції і температури плазми є мінімальне необхідне значення добутку концентрації ядер і часу утримання плазми.

Для дейтерій-тритієвої реакції ( $D+T$ -реакції) і  $T=10^8$  К критерій Лоусона дорівнює  $3 \cdot 10^{14}$ . Це означає, що при концентрації ядер атомів  $3 \cdot 10^{14}$  г/см<sup>3</sup> час утримання плазми повинен бути не менше 1 с.

### Список джерел

1. Савельев И. В. Курс общей физики. – Москва : Наука, 1989. – Т. 1-3.
2. Зисман Г. А. Курс общей физики. / Г. А. Зисман, О. М. Тодес. – Москва : Наука, 1994. – Т. 1-3.
3. Дущенко В. П. Загальна фізика. Фізичні основи механіки, молекулярної фізики і термодинаміки / В. П. Дущенко, І. М. Кучерук. – Київ : Вища школа, 1993.
4. Кучерук І. М. Загальна фізика. Електрика і магнетизм / І. М. Кучерук, І. Т. Горбачук. – Київ : Вища школа, 1995.
5. Загальні основи фізики / І. Г. Богацька, Д. Б. Головкин, Д. А. Маляренко, Ю. Л. Ментковський. – Київ : Либідь, 1995. – Т. 1-2.

## ЗМІСТ

<b>Передмова .....</b>	<b>3</b>
<b>ЧАСТИНА 1</b>	
<b>ФІЗИЧНІ ОСНОВИ МЕХАНІКИ, МОЛЕКУЛЯРНОЇ</b>	
<b>ФІЗИКИ ТА ЕЛЕКТРОСТАТИКИ</b>	
<b>1 Механіка матеріальної точки та</b>	
<b>абсолютно твердого тіла.....</b>	<b>4</b>
1.1 Механічний рух.....	4
1.2 Кінематика матеріальної точки.....	4
1.3 Динаміка матеріальної точки.....	7
1.4 Робота і енергія.....	9
1.5 Кінематика обертального руху.....	12
1.6 Динаміка обертального руху твердого тіла.....	14
1.7 Енергія і робота при обертальному русі.....	17
1.8 Рівняння руху тіла і умови рівноваги.....	19
1.9 Елементи спеціальної теорії відносності.....	19
<b>2 Молекулярна фізика і термодинаміка .....</b>	<b>23</b>
2.1 Загальні положення.....	23
2.2 Ідеальний газ. Рівняння стану.....	24
2.3 Молекулярно-кінетичне тлумачення тиску та температури	25
2.4 Внутрішня енергія системи. Робота, кількість теплоти .....	26
2.5 Явища переносу в газах.....	31
<b>3 Електростатика.....</b>	<b>34</b>
3.1 Електричне поле у вакуумі.....	34
3.2 Електричне поле в діелектриках.....	41
3.3 Провідники у зовнішньому електричному полі.....	44
<b>ЧАСТИНА 2</b>	
<b>ЕЛЕКТРОДИНАМІКА, КОЛИВАННЯ І</b>	
<b>ХВИЛІ, ОПТИКА, КВАНТОВА МЕХАНІКА</b>	
<b>4 Електродинаміка.....</b>	<b>48</b>
4.1 Постійний електричний струм .....	48
4.2 Магнітне поле у вакуумі .....	52
4.3 Взаємодія струмів і заряджених частинок з магнітним по-	
лем.....	55

4.4. Магнітне поле у речовині .....	57
4.5. Електромагнітна індукція.....	61
<b>5 Коливання і хвилі .....</b>	<b>63</b>
5.1 Вільні незгасаючі коливання.....	64
5.2 Згасаючі коливання.....	66
5.3 Вимушені коливання.....	67
5.4 Пружні хвилі.....	68
5.5 Електромагнітні хвилі .....	72
<b>6 Хвильова оптика.....</b>	<b>76</b>
6.1 Світлова хвиля .....	76
6.2 Інтерференція світла .....	76
6.3 Дифракція світла.....	80
6.4 Поляризація світла.....	84
<b>7 Квантова оптика .....</b>	<b>88</b>
7.1 Теплове випромінювання .....	88
7.2 Закони теплового випромінювання.....	89
7.3 Формула Планка .....	90
<b>8 Квантова механіка.....</b>	<b>92</b>
8.1 Гіпотеза де-Бройля.....	92
8.2 Рівняння Шредінгера.....	93
8.3 Атом водню.....	96
8.4 Багатоелектронні атоми.....	98
8.5 Розподіл електронів в атомі за енергетичними рівнями.....	99
<b>9 Елементи фізики твердого тіла.....</b>	<b>100</b>
9.1 Розподіл електронів за енергіями. Енергія Фермі.....	100
9.2 Розщеплення енергетичних рівнів. Виникнення енергетичних зон.....	101
<b>10 Ядерна фізика.....</b>	<b>102</b>
10.1 Атомне ядро.....	102
10.2 Радіоактивність.....	105
10.3 Ядерні реакції.....	106
10.4 Ядерні реактори.....	107
10.5 Термоядерні реакції.....	108
<b>Список джерел .....</b>	<b>110</b>



*Навчальне видання*

**Безуглий** Анатолій Васильович  
**Петченко** Олександр Матвійович,  
**Сисоєв** Анатолій Сергійович

## **ФІЗИКА**

### **Конспект лекцій**

(для студентів 1 курсу денної і заочної форм навчання бакалаврів за напрямом підготовки 6.080101 – Геодезія, картографія та землеустрій)

Відповідальний за випуск *канд. фіз.-мат. наук, доц. Є.І. Назаренко*

За авторською редакцією

Комп'ютерне верстання *А. В. Безуглий*

План 2014 , поз. 90 Л

---

Підп. до друку 3.04.2014

Друк на ризографі.

Зам. № \_\_\_\_

Формат 60 x 84 <sup>1</sup>/<sub>16</sub>.

Ум. друк. арк. 4,8

Тираж 50 пр.

Видавець і виготовлювач:

Харківський національний університет міського господарства

імені О.М. Бекетова,

вул. Революції, 12, Харків, 61002

Електронна адреса: [rectorat@kname.edu.ua](mailto:rectorat@kname.edu.ua)

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:

ДК №4705 від 28.03.2014.